

NILSSON OISHI

**Relação entre o número de amostras e a confiabilidade dos  
resultados de resistência mecânica de argilas calcinadas**

Monografia apresentada à Escola  
Politécnica da Universidade de  
São Paulo para obtenção do  
Título de Engenheiro de Materiais

São Paulo  
2006

## **AGRADECIMENTOS**

Ao meu orientador, o Prof. Dr. Samuel Márcio Toffoli pela oportunidade de trabalhar neste projeto e pela paciência e responsabilidade a mim dedicados.

Aos meus pais que sempre me apoiaram e me incentivaram em meus projetos.

## **RESUMO**

Neste trabalho é investigada a quantidade de corpos de prova necessária para se obter um resultado confiável de tensão de ruptura a flexão. Para este estudo foi utilizado como material um taguá da região de Jundiaí, São Paulo e foram utilizados cinquenta corpos de prova. Foram analisadas através da estatística clássica e da estatística de Weibull as dispersões dos resultados de tensão média de ruptura à flexão, módulo de Weibull e tensão característica de séries de três, cinco, sete, dez, quinze, vinte e trinta corpos de prova, através da comparação com a tensão média de ruptura obtida através da população de cinquenta amostras.

## SUMÁRIO

### LISTA DE TABELAS

1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1. Argilas.....	3
1.1.1. Caracterização de argilas.....	5
1.2. Comportamento mecânico das cerâmicas.....	7
1.2.1 Resistência e fenômeno de fratura.....	7
1.2.2. Administração dos defeitos em fabricação de cerâmicos.....	9
1.2.3 Tensões de tração uniaxiais.....	10
1.2.4. Estatística de Weibull.....	12
1.3. Ferramentas estatísticas.....	18
1.3.1. Média.....	18
1.3.2. Variância.....	18
1.3.3. Desvio padrão.....	19
2. MATERIAIS E MÉTODOS.....	20
3. RESULTADOS.....	21
3.1. Séries com três corpos de prova.....	22
3.2. Séries com cinco corpos de prova.....	26
3.3. Séries com sete corpos de prova.....	30
3.4. Séries com dez corpos de prova.....	34
3.5. Séries com quinze corpos de prova.....	38
3.6. Séries com vinte corpos de prova.....	42
3.7. Séries com trinta corpos de prova.....	47
4. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....	53
5. Conclusão.....	59
6. REFERÊNCIAS.....	60

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Dados de tensão de ruptura a flexão.....	21
Tabela 2 - Números sorteados, tensões médias de ruptura, desvios padrão, módulos de weibull e tensão característica para as séries com três corpos de prova.....	23
Tabela 3 - Números sorteados, tensões médias de ruptura, desvios padrão, módulos de weibull e tensão característica para as séries com cinco corpos de prova.....	27
Tabela 4 - Números sorteados, tensões médias de ruptura, desvios padrão, módulos de weibull e tensão característica para as séries com sete corpos de prova.....	31
Tabela 5 - Números sorteados, as tensões médias de ruptura, os desvios padrão, módulos de weibull e tensão característica para as séries com dez corpos de prova.....	35
Tabela 6 - Números sorteados, tensões médias de ruptura, desvios padrão, módulos de weibull e tensão característica para as séries com quinze corpos de prova.....	39
Tabela 7 - Números sorteados, tensões médias de ruptura, desvios padrão, módulos de weibull e tensão característica para as séries com vinte corpos de prova.....	43-44
Tabela 8 - Números sorteados, tensões médias de ruptura, desvios padrão, módulos de weibull e tensão característica para as séries com trinta corpos de prova.....	48-49
Tabela 9 - Valores mínimo, médio e máximo das tensões de ruptura à flexão para as séries.....	53
Tabela 10 - Valores mínimo, médio e máximo dos módulos de weibull para as séries.....	54
Tabela 11 - Valores mínimo, médio e máximo das tensões características para as séries.....	55

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Desenho esquemático do ensaio de flexão em 3 pontos.....	11
Figura 2 – Gráfico das tensões médias de ruptura e desvios padrões para cada série com três corpos de prova com a tensão média de ruptura à flexão para cinquenta corpos de prova e o desvio padrão para cinquenta corpos de prova.....	24
Figura 3 – Exemplo de distribuição de Weibull (primeira série de três corpos de prova). A probabilidade de falha é apresentada no eixo das abscissas sendo linearizado por $\ln \ln [1/(1-F)]$ e a tensão é apresentada no eixo das ordenadas e linearizado por $\ln \sigma$ .....	25
Figura 4 – Módulos de Weibull obtidos para cada série. Os pontos azuis apresentam os módulos de weibull para cada série de três corpos e os pontos em vermelho apresentam o módulo de weibull obtido para cinquenta corpos de prova.....	25
Figura 5 – Tensões características obtidas para cada série. Os pontos azuis representam as tensões características para cada série de três corpos de prova e os pontos amarelos representam a tensão característica para cinquenta corpos de prova.....	26
Figura 6 - Gráfico das tensões médias de ruptura e desvios padrões para cada série com cinco corpos de prova com a tensão média de ruptura à flexão para cinquenta corpos de prova e o desvio padrão para cinquenta corpos de prova.....	28
Figura 7 – Distribuição de Weibull da primeira série de cinco corpos de prova. A probabilidade de falha é apresentada no eixo das abscissas sendo linearizado por $\ln \ln [1/(1-F)]$ e a tensão é apresentada no eixo das ordenadas e linearizado por $\ln \sigma$ .....	29
Figura 8 – Módulos de Weibull obtidos para cada série. Os pontos azuis apresentam os módulos de weibull para cada série de cinco corpos e os pontos em vermelho apresentam o módulo de weibull obtido para cinquenta corpos de prova. ....	29
Figura 9 – Tensões características obtidas para cada série. Os pontos azuis representam as tensões características para cada série de cinco corpos de prova e os pontos vermelhos representam a tensão característica para cinquenta corpos de prova.....	30

## LISTA DE FIGURAS

Figura 10 - Gráfico das tensões médias de ruptura e desvios padrões para cada série com sete corpos de prova com a tensão média de ruptura à flexão para cinquenta corpos de prova e o desvio padrão para cinquenta corpos de prova.....32

Figura 11 – Distribuição de Weibull da primeira série de sete corpos de prova. A probabilidade de falha é apresentada no eixo das abscissas sendo linearizado por  $\ln [1/(1-F)]$  e a tensão é apresentada no eixo das ordenadas e linearizado por  $\ln \sigma$ .....33

Figura 12 – Módulos de Weibull obtidos para cada série. Os pontos azuis apresentam os módulos de weibull para cada série de sete corpos e os pontos em vermelho apresentam o módulo de weibull obtido para cinquenta corpos de prova.....33

Figura 13 – Tensões características obtidas para cada série. Os pontos azuis representam as tensões características para cada série de sete corpos de prova e os pontos vermelhos representam a tensão característica para cinquenta corpos de prova.....34

Figura 14 - Gráfico das tensões médias de ruptura e desvios padrões para cada série com dez corpos de prova com a tensão média de ruptura à flexão para cinquenta corpos de prova e o desvio padrão para cinquenta corpos de prova.....36

Figura 15 – Distribuição de Weibull da primeira série de dez corpos de prova. A probabilidade de falha é apresentada no eixo das abscissas sendo linearizado por  $\ln [1/(1-F)]$  e a tensão é apresentada no eixo das ordenadas e linearizado por  $\ln \sigma$ .....37

Figura 16 – Módulos de Weibull obtidos para cada série. Os pontos azuis apresentam os módulos de weibull para cada série de dez corpos e os pontos em vermelho apresentam o módulo de weibull obtido para cinquenta corpos de prova.....37

Figura 17 – Tensões características obtidas para cada série. Os pontos azuis representam as tensões características para cada série de dez corpos de prova e os pontos vermelhos representam a tensão característica para cinquenta corpos de prova.....38

## LISTA DE FIGURAS

Figura 18 - Gráfico das tensões médias de ruptura e desvios padrões para cada série com quinze corpos de prova com a tensão média de ruptura à flexão para cinquenta corpos de prova e o desvio padrão para cinquenta corpos de prova.....40

Figura 19 – Distribuição de Weibull da primeira série de quinze corpos de prova. A probabilidade de falha é apresentada no eixo das abscissas sendo linearizado por  $\ln [1/(1-F)]$  e a tensão é apresentada no eixo das ordenadas e linearizado por  $\ln \sigma$ .....41

Figura 20 – Módulos de Weibull obtidos para cada série. Os pontos azuis apresentam os módulos de weibull para cada série de quinze corpos e os pontos em vermelho apresentam o módulo de Weibull obtido para cinquenta corpos de prova.....41

Figura 21 – Tensões características obtidas para cada série. Os pontos azuis representam as tensões características para cada série de quinze corpos de prova e os pontos vermelhos representam a tensão característica para cinquenta corpos de prova.....42

Figura 22 - Gráfico das tensões médias de ruptura e desvios padrões para cada série com vinte corpos de prova com a tensão média de ruptura à flexão para cinquenta corpos de prova e o desvio padrão real para cinquenta corpos de prova.....44

Figura 23 – Distribuição de Weibull da primeira série de vinte corpos de prova. A probabilidade de falha é apresentada no eixo das abscissas sendo linearizado por  $\ln [1/(1-F)]$  e a tensão é apresentada no eixo das ordenadas e linearizado por  $\ln \sigma$ .....45

Figura 24 – Módulos de Weibull obtidos para cada série. Os pontos azuis apresentam os módulos de weibull para cada série de vinte corpos e os pontos em vermelho apresentam o módulo de Weibull obtido para cinquenta corpos de prova.....46

Figura 25 – Tensões características obtidas para cada série. Os pontos azuis representam as tensões características para cada série de vinte corpos de prova e os pontos vermelhos representam a tensão característica para cinquenta corpos de prova.....47

Figura 26 - Gráfico das tensões médias de ruptura e desvios padrões para cada série com trinta corpos de prova com a tensão média de ruptura à flexão para cinquenta corpos de prova e o desvio padrão para cinquenta corpos de prova.....50

## LISTA DE FIGURAS

- Figura 27 – Distribuição de Weibull da primeira série de trinta corpos de prova. A probabilidade de falha é apresentada no eixo das abscissas sendo linearizado por  $\ln [1/(1-F)]$  e a tensão é apresentada no eixo das ordenadas e linearizado por  $\ln \sigma$ .....51
- Figura 28 – Módulos de Weibull obtidos para cada série. Os pontos azuis apresentam os módulos de weibull para cada série de trinta corpos e os pontos em vermelho apresentam o módulo de weibull obtido para cinquenta corpos de prova.....51
- Figura 29 – Tensões características obtidas para cada série. Os pontos azuis representam as tensões características para cada série de trinta corpos de prova e os pontos vermelhos representam a tensão característica para cinquenta corpos de prova.....52
- Figura 30 – Gráfico dos erros percentuais acima e abaixo da tensão média de ruptura em relação à quantidade de corpos de prova.....56
- Figura 31 – Gráfico dos erros percentuais relativos ao módulo de Weibull médio com suas respectivas quantidades de corpos de prova.....57
- Figura 32 – Erros percentuais relativos à tensão característica com suas respectivas quantidades de corpos de prova.....58

## 1. INTRODUÇÃO

As argilas são materiais utilizados em diversos ramos de atividade, sendo utilizadas em indústrias cerâmicas para a fabricação de diversos tipos de produtos, tais como cerâmicas branca e vermelha, refratários, etc. Elas também podem ser utilizadas como cargas nas indústrias de papel, borracha e plásticos. Servem de aglomerantes para areias de moldagem.

Para a utilização nas indústrias cerâmicas é necessário um bom conhecimento das propriedades mecânicas que os produtos fabricados com essas argilas podem desenvolver. Essa variabilidade é devida, em parte, ao fato de as argilas de uma mesma jazida poderem apresentar alteração em suas características, sendo assim necessário fazer um controle periódico da argila sendo extraída para se obter uma boa confiabilidade dessa matéria-prima. Outro aspecto que influencia nas propriedades mecânicas das cerâmicas é o fato de que uma série de corpos de prova do mesmo material e obtidos da mesma maneira, pode apresentar uma apreciável variação nos resultados dos ensaios mecânicos, isso ocorre por causa das variações de tamanho de grão, distribuição de tamanhos de grão, porosidade, e outras características microestruturais entre outros, dentro do mesmo grupo de amostras.

Assim sendo, a utilização de valores médios torna-se imprescindível, pois pode haver uma grande variação nos resultados de tensão de ruptura à flexão, o que torna fundamental o uso de ferramentas estatísticas.

Além da estatística clássica pode-se usar a estatística de Weibull para caracterizar melhor as propriedades mecânicas do material. Determinando o módulo de Weibull e a tensão característica do material é possível ter uma boa avaliação da confiabilidade da cerâmica.

O objetivo deste trabalho foi o de estimar-se o número de repetições de ensaios de resistência mecânica que devem ser realizados de maneira a obter-se um resultado representativo daquele conjunto de corpos de prova. Assim, neste trabalho foram utilizados cinquenta corpos de prova, numerados de um a cinquenta, os quais foram submetidos a ensaios de flexão em três pontos para a determinação da tensão de ruptura à flexão.

De posse desses resultados, foram realizados vinte sorteios para séries com três, cinco, sete, dez, quinze, vinte e trinta corpos de prova, a fim de se determinar a confiabilidade dos resultados da tensão média de ruptura, quando comparada a uma tensão média de ruptura representativa, a qual foi obtida como uma média global dos cinquenta corpos de prova testados. A estatística clássica recomenda trinta corpos de prova para uma boa confiabilidade.

Utilizando o mesmo sorteio obteve-se através da estatística de Weibull o módulo de Weibull e a tensão característica para cada uma das séries e comparou-se novamente com o módulo de Weibull e tensão característica obtidos a partir de uma amostra que compreende os cinquenta corpos de prova.

Após todas essas comparações, foi possível avaliar-se a confiabilidade de se utilizar tanto uma quantidade pequena de corpos de prova (amostra pequena), quanto a necessidade de se utilizar um número grande de corpos de prova (amostra grande).

## 1.1. Argilas

Segundo Souza Santos<sup>[1]</sup> as argilas são definidas como um material natural, terroso, de granulação fina, que geralmente adquire, quando umedecido com água, certa plasticidade; quimicamente, são as argilas formadas essencialmente por silicatos hidratados de alumínio, ferro, e magnésio. Designa ainda o nome “argila” um grupo de partículas do solo cujas dimensões se encontram entre uma faixa especificada de valores.

As argilas têm grande importância nas prospecções geológicas, em agricultura, em mecânica dos solos e em grande número de indústrias, tais como, metalúrgica, petrolífera, de borracha, de papel e de cerâmica<sup>[1]</sup>.

Sabe-se que todas as argilas são constituídas primariamente por partículas cristalinas extremamente pequenas de um número restrito de minerais conhecidos como “argilominerais”. Uma argila pode ser composta por um argilomineral ou uma mistura de diversos argilominerais. Quimicamente, além de serem compostos de silicatos hidratados de alumínio, as argilas possuem teores de elementos alcalinos e alcalino-terrosos. Podem ainda conter “matéria orgânica”, sais solúveis e partículas de quartzo, pirita, mica, calcita, dolomita e outros minerais residuais, e podem conter ainda minerais não-cristalinos ou amorfos<sup>[1]</sup>.

O Brasil possui indústrias que utilizam diversos tipos de argilas: a) indústria cerâmica que usa as argilas para fabricação de cerâmica branca (material sanitário, louça doméstica, azulejos e pastilhas, porcelana doméstica, de laboratório e técnica), cerâmica vermelha (tijolos, telhas, ladrilhos de pisos, lajes e material ornamental); de material refratário (sílico-aluminosos e aluminosos); b) as indústrias

de borrachas e plásticos que as utilizam como cargas ativas e inertes; c) as indústrias de papel e papelão que utilizam as argilas como carga ou cobertura; d) a indústria metalúrgica, que usa argilas como aglomerantes de areias de moldagem para a fundição de metais e para pelotização de minérios de ferro; e) a indústria utiliza argilas como diluentes primários e secundários (pós-inertes) para inseticidas e pesticidas; f) as indústrias de óleos comestíveis e de derivados de petróleo utilizam argilas como agentes descorantes de óleos vegetais e minerais; g) argilas são usadas como agentes tixotrópicos em lamas para a perfuração de poços de sondagem de petróleo e de água (artesianos); h) argilas especiais são usadas como catalisadores no craqueamento de petróleo para a produção de gasolina; i) argilas são utilizadas com finalidades específicas, como, por exemplo, na manufatura de minas de lápis, como carga para sabão e tecidos, como pigmento para tintas, na fabricação de cimentos e de produtos farmacêuticos<sup>[1]</sup>.

A maior parte das argilas industriais provêm de jazidas brasileiras, embora, sejam importadas algumas argilas especiais, tais como: caulins de granulometria muito fina para papel, borrachas, plásticos e catalisadores sílico-aluminosos para a fabricação de gasolina; argilas (montmorilonitas ou esmectitas) descorantes ativadas por ácidos; bentonitas sódicas e cálcicas para o uso em fundição e em perfuração de poços e para fins específicos; argilas paligorsquíticas para diluentes primários de inseticidas; e argilas especiais para usos farmacêuticos. Apesar de grande número dessas argilas ainda ser importada, já é possível o emprego de argilas nacionais para alguns desses usos, puras ou de mistura com argilas importadas, visando diminuir o preço de custo do processo industrial que utiliza a argila estrangeira<sup>[1]</sup>.

### 1.1.1. Caracterização de argilas

A caracterização de uma argila pode ser feita na argila nos seguintes estados:

a) bruto, natural ou original, ou seja, conforme foi retirada na ocorrência, úmida ou após secagem; b) após desagregação, cominuição ou moagem, com ou sem separação granulométrica em uma ou mais peneiras a seco; c) após separação em meio líquido através de peneira, floculação e secagem; d) após separação fluidodinâmica em ciclones e hidrociclones, com floculação e secagem se necessário. É por isso que a amostra de argila a ser caracterizada deve ser bem descrita quanto ao tratamento prévio recebido;

As argilas podem diferir amplamente seja pela composição mineralógica qualitativa e quantitativa, ou pelas demais propriedades químicas, físicas, mecânicas e tecnológicas<sup>[1]</sup>.

Caracterizar uma argila, visando seu uso tecnológico é conhecer a variabilidade de suas propriedades, o que não é um problema simples, pois necessita não apenas do emprego de técnicas comuns (como as de medir propriedades físico-mecânicas) como também de técnicas trabalhosas (como as de análise química e troca de cátions) e inclusive de técnicas sofisticadas, como a microscopia eletrônica de transmissão (para determinar a morfologia das partículas individualizadas de argilominerais) ou de varredura (para determinar a textura de agregados naturais dos argilominerais antes ou após um tratamento industrial, como prensagem, colagem, spray-drying e flash-drying) <sup>[1]</sup>. Assim, caracterizar preliminarmente uma argila para a utilização tecnológica significa medir e/ou determinar experimentalmente as propriedades listadas a seguir<sup>[1]</sup>:

1. Textura
2. Composição mineralógica
3. Íons trocáveis
4. Distribuição granulométrica
5. Área específica (BET, Blain, Fisher, azul de metileno)
6. Morfologia da partícula e dos aglomerados
7. Porosidade aparente e real
8. Propriedades do sistema argila + água
9. Propriedades físico-mecânicas em função da temperatura.
  - 9.1. Métodos de conformação: manual, prensada, extrudada e colada.
  - 9.2. Retração de secagem (a 110°C) e após queima a 950°C, 1250°C e 1450°C.
  - 9.3. Tensão de ruptura após secagem a (110°C) e após queima a 950°C, 1250°C e 1450°C.
  - 9.4. Massa específica aparente, absorção de água e porosidade aparente após queima a 950°C, 1250°C e 1450°C.
  - 9.5. Massa específica e real e porosidade total após secagem a (110°C) e após queima a 950°C, 1250°C e 1450°C.
  - 9.6. Refratariedade ou cone pirométrico equivalente.
10. Propriedades tecnológicas especificadas, mensuráveis em laboratório.
  - 10.1. Como carga ou enchimento
  - 10.2. Como ligante.
  - 10.3. Como agente descorante.
  - 10.4. Como agente catalítico.
  - 10.5. Como pigmento.
  - 10.6. Como abrasivo.
  - 10.7. Como agente de suspensão.

## **1.2. Comportamento mecânico das cerâmicas**

Segundo Quinn<sup>[2]</sup> os materiais cerâmicos tem sido usados em uma grande variedade de aplicações de engenharia que utilizam sua resistência ao desgaste, refratariedade, dureza e altas resistências à compressão. Tradicionalmente, eles não são usados em estruturas de carregamento em tração por se tratarem de materiais frágeis, ou seja, eles apresentam falhas catastróficas como deformação permanente. Ainda que sua refratariedade, inércia química e ótica favorável, propriedades térmicas e elétricas são propriedades que indicam o uso de cerâmicos em certas aplicações de carregamento de tração nos apoios.

### **1.2.1. Resistência e fenômeno de fratura**

Vidros e cerâmicos são materiais inerentemente frágeis em temperatura ambiente por que não há mecanismo que permita tanto o escoamento plástico ou generalizado de fraturas. A fragilidade de cerâmicas cristalinas em baixas temperaturas é consequência das fortes ligações covalentes de muitas cerâmicas, e da falta de um número suficiente de sistemas de escorregamento para movimentação das discordâncias que gera uma relativa plasticidade. A temperaturas relativamente altas, alguns óxidos podem apresentar ductilidade, mas algumas ligações covalentes, como carbetos de silício e nitreto de silício, têm atividade de escorregamento desprezível até temperaturas muito elevadas<sup>[2]</sup>.

Falhas frágeis em monólitos, materiais linearmente elásticos podem ser modelados pelo critério de falha de Griffith para fratura, onde pode ser mostrado que um equilíbrio crítico da taxa de deformação – energia é equilibrado pela energia para criar novas superfícies de fratura<sup>[2]</sup>.

$$\sigma_f = \left[ \frac{4\gamma_i E}{\pi(1-\nu^2)c} \right]^{1/2} \quad (1.)$$

onde  $\sigma_f$  é a tensão de ruptura,  $\gamma_i$  é a energia para criar área de superfície por unidade,  $E$  é o módulo elástico,  $\nu$  é o coeficiente de Poisson,  $c$  é a dimensão de defeito e as constantes matemáticas são as dadas para trinca de defeitos em forma de moeda em uma placa grossa<sup>[2]</sup>.

Por outro lado, a aproximação para mecânica da fratura pode ser usada, onde a intensidade de tensão  $K_I$  na ponta das trincas num material linearmente elástico é expresso como

$$K_I = Y\sigma.c^{1/2} \quad (2)$$

onde  $\sigma$  é a tensão aplicada e  $Y$  é um fator de forma adimensional que descreve a severidade de defeitos e considerando a geometria, como a proximidade da superfície ou a posição dentro do campo de tensões ( $Y=1,13$  para um defeito em forma de moeda no volume de uma amostra uniformemente tracionada). A fratura ocorre quando o valor de  $K_I$  atinge um valor crítico  $K_{Ic}$  que é a propriedade conhecida como ductilidade à fratura. O  $K_{Ic}$  é um bom indicador para a resistência à fratura de materiais frágeis ou cerâmicas monolíticas<sup>[2]</sup>.

Pequenos defeitos são distribuídos ao acaso em tamanho e localização dentro dos corpos cerâmicos, causando uma variação de resistências em cerâmicas ou componentes idênticos. Essa dispersão de defeitos leva a um efeito do tamanho na força, que em componentes maiores tem mais chances de se ter defeitos grandes

e assim, menor resistência. Assim sendo, não existem resistências determinísticas para cerâmicas monolíticas frágeis, a menos que os defeitos estejam uniformemente distribuídos e consistentes. A resistência varia significativamente com o tamanho e tipo da amostra e com as condições de tratamento. Há também diferenças de batelada para batelada como consequência da inconsistência do material. Estes fatores, somados à fragilidade inerente mostram que aproximações bem conservadoras de projeto devem ser adotadas para cerâmicas sobre tração<sup>[2]</sup>.

Por outro lado, cerâmicas de engenharia geralmente são de 8 a 20 vezes mais resistentes em compressão do que em tração. Isso devido à atividade de escorregamento que pode causar escoamento plástico é nulo e os defeitos no material são resistentes à propagação em compressão<sup>[2]</sup>.

### **1.2.2. Administração dos defeitos em fabricação de cerâmicos**

Talvez o maior impedimento prático em engenharia para o uso confiável de cerâmicas monolíticas ou compósitos de engenharia em aplicações de altas tensões de tração, além da fragilidade inerente, ou seja, a inconsistência do material<sup>[2]</sup>.

Há problemas de consistência no dia a dia, de batelada a batelada. As resistências de cerâmicas monolíticas são extremamente sensíveis a este tipo de problema. Alguns fatores determinam a inconsistência dos materiais, como tamanho médio de grão, distribuição de tamanhos de grão, densidade entre outros. Embora a consistência seja um fator difícil de avaliar<sup>[2]</sup>.

Algumas cerâmicas que são sinterizadas a partir de pós são susceptíveis a flutuações sutis de densidade e microestruturais, estruturas lamelares. Os defeitos por si próprios são muito sensíveis a pequenas variações de processamento e embora as propriedades do material possam ser consistentes entre os componentes, embora os próprios defeitos não sejam. Assim, a qualidade do processamento é medida não apenas pela consistência das propriedades do material, como pela habilidade de gerenciar defeitos<sup>[2]</sup>.

### **1.2.3 Tensões de tração uniaxiais**

A natureza frágil de cerâmicas monolíticas e sua alta sensibilidade a concentradores de tensão têm significado que um ensaio de tração direto é difícil e caro. Preso com garras, parafusos rosqueados ou outro tipo de aparelhos podem invalidar os resultados dos testes devido à quebra das amostras nos pontos de travamento. A alta rigidez (módulo de elasticidade) de muitas cerâmicas mostra que o desalinhamento de alguns milésimos de centímetro podem levar a tensões de flexão com erros de 10% ou mais. A preparação de amostras deve ter tolerâncias precisas com mínimos defeitos de maquinário e conicidade para evitar concentradores de tensão tem sido uma proposta cara. Novos trabalhos têm focado desde a metade dos anos 1980 na melhora dos ensaios de tração em cerâmicos, tornando-os mais rotineiros. Equipamentos comerciais já estão disponíveis e custos de amostras tornam-se mais baratos, mas este sempre será um método mais difícil de obter testes de tração para cerâmicos do que para metais<sup>[2]</sup>.

Estas dificuldades experimentais, acopladas com problemas de fabricação de amostras grandes, tem levado os ceramistas a usar outros métodos alternativos. O mais comum é o ensaio de flexão, seja o de três ou quatro pontos. O último geralmente é especificado pela descrição da distância entre os pontos de apoio externos, a  $\frac{1}{4}$  ou  $\frac{1}{3}$  do carregamento em quatro pontos. O pequeno tamanho, baixo custo, e fácil preparação do corpo de prova tornam o ensaio de flexão um dos ensaios mais comuns<sup>[2]</sup>.

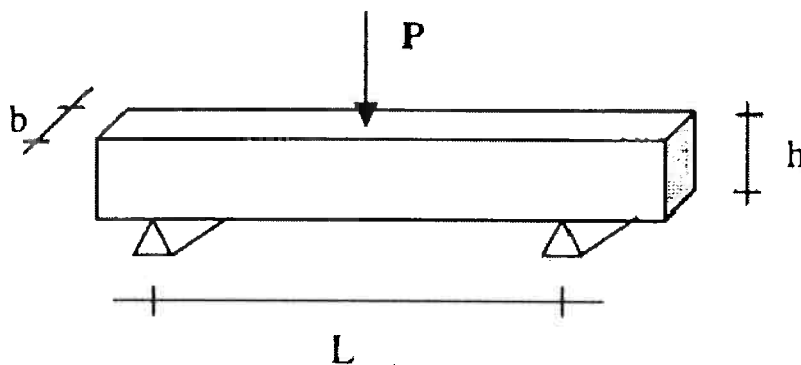


Figura 1 – Desenho esquemático do ensaio de flexão em 3 pontos.

Em um ensaio de flexão em três pontos, utiliza-se seção retangular. As dimensões características são demonstradas na Figura 1, onde  $b$  é a espessura do corpo de prova,  $h$  é a altura e  $L$  a distância entre os apoios do corpo de prova.  $P$  é a força crítica necessária para romper o material em flexão<sup>[2]</sup>.

Com a leitura da força crítica e com as dimensões do corpo de prova pode-se obter a tensão de ruptura a partir da equação 3<sup>[2]</sup>.

$$TR = \frac{3PL}{2bh^2} \quad (3)$$

#### 1.2.4. Estatística de Weibull

A dispersão das tensões uniaxiais é bem modelada pela estatística de Weibull. Weibull observou que a resistência de materiais frágeis é controlada pela presença de distribuição aleatória de defeitos e que a falha é controlada pelo defeito mais severo de tensão. A fratura ocorre quando um defeito em um elemento particular do corpo alcança o carregamento crítico.

Apesar de ser uma ferramenta estatística desenvolvida há várias décadas, somente nos últimos poucos anos ela começou a ser utilizada por diversos pesquisadores, engenheiros e cientistas. Gill <sup>[5]</sup> fez um estudo utilizando a estatística em U para o caso de parâmetros de forma muito grandes.

Klein <sup>[6]</sup> demonstrou em seu estudo que é possível prever a probabilidade de falha da safira, através modelo de Weibull.

A distribuição de tensões de Weibull é

$$F = 1 - \exp \int \left( \frac{\sigma - \sigma_u}{\sigma_0} \right)^m dV \quad (4)$$

onde  $F$  é a probabilidade de falha da amostra ou componente,  $V$  é o volume da amostra,  $\sigma$  é a tensão máxima de tração num ponto dado,  $\sigma_u$  é a resistência mecânica limite (abaixo da qual a falha não ocorrerá),  $\sigma_0$  é a tensão característica e  $m$  é o módulo de Weibull. A equação 4 é conhecida como a distribuição de três parâmetros de Weibull, porque os três parâmetros determinam a forma da distribuição de tensões. O módulo de Weibull caracteriza a dispersão da distribuição de tensões e a tensão característica é o parâmetro de posição (quão alto ou baixo

as tensões são). Altos valores de  $\sigma_0$ ,  $\sigma_u$  e especialmente  $m$  são desejáveis. Esta distribuição é similar a uma distribuição gaussiana, exceto para pequenas tensões<sup>[2]</sup>.

A resistência mecânica limite  $\sigma_u$  é uma tensão abaixo da qual a falha não ocorre, e corresponde teoricamente ao máximo tamanho de falha. Na prática, essa tensão geralmente é igualada a zero. Embora haja exemplos reportados onde ela não é nula, estas situações são raras e exigem testes extensivos para avaliação. O módulo de Weibull,  $m$ , não tem unidade é um fator que determina a dispersão das tensões. Altos valores são desejados. Cerâmicas tradicionais, como as cerâmicas brancas e tijolos tem valores entre 3 e 5. Um material confiável tem valores maiores que 10. Uma cerâmica com valores de  $m \geq 30$  tem tensões bem consistentes e tem um valor de tensão que é considerado praticamente determinístico acima de uma faixa algumas ordens de magnitude em volume. O parâmetro de normalização,  $\sigma_0$ , conhecida como tensão característica é um parâmetro que define o parâmetro de posição que define o quão baixo ou quão alta a tensão é (análoga à média para uma distribuição de Gauss, mas considerando uma probabilidade de 63,2% de falha) para a amostra por unidade de volume se  $\sigma_u$  é nula<sup>[2]</sup>.

Neste caso onde a resistência mecânica limite  $\sigma_u$  é nula:

$$F = 1 - \exp \int_v \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m dV \quad (5)$$

Ela é conhecida como distribuição de dois parâmetros de tensões de Weibull, é o método mais comum usado para análises de rotina<sup>[2]</sup>.

Vários corpos cerâmicos possuem tensões não uniformes, e para isso é necessário utilizar a equação 4 que considera a integração tensão por volume. Um

conceito útil para a estatística de Weibull é o volume efetivo, que permite uma comparação fácil e rápida das tensões de amostras de diferentes tamanhos<sup>[2]</sup>.

Para muitos corpos onde o estado de tensões é conhecido, é possível calcular a integral de tensão por volume e derivar o volume efetivo. Corpos mais sofisticados podem ser analisados por análise de tensões por elementos finitos<sup>[2]</sup>.

Uma amostra de tensão uniforme tem um volume efetivo igual ao volume real,  $V$  no comprimento de medida. Um carregamento de três pontos, com amostra retangular do volume total dentro da extensão dos apoios têm um volume efetivo de

$$V_E = \frac{V}{2(m+1)^2} \quad (6)$$

Isso significa que se a amostra flete, ela tem uma tensão máxima (fibra externa) de  $\sigma_R$ , que é equivalente (mesma probabilidade de falha) para uma amostra tracionada com a mesma tensão, mas com um volume de  $V_E$ . O volume efetivo varia com o módulo de Weibull. O volume efetivo de uma amostra em flexão é sempre menor que o volume da amostra. Uma amostra para um teste em três pontos é ineficiente para a tensão do material. Já numa amostra retangular de flexão em quatro pontos tem um volume efetivo de:

$$V_E = \frac{V(m+2)}{4(m+1)^2} \quad (7)$$

As amostras de quatro pontos carregam um volume maior que o de flexão em três pontos, mas ainda é baixo comparado a tensões uniformes<sup>[2]</sup>.

Geralmente, as falhas ocorrem na superfície, como as resultantes de maquinário, impacto, ou defeito químico, neste caso a integral de Weibull para

tensão deve ser calculado na sobre a superfície, e não o volume. O que é bem especificado para vidros:

$$F = 1 - \exp\left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^m dS \quad (8)$$

E pode ser mostrado que a área efetiva é:

$$S_E = \frac{S(m+2)}{4(m+1)^2} \quad (9)$$

Para amostras quadradas de flexão em três pontos é

$$S_E = \frac{S(m+2)^2}{8(m+1)^2} \quad (10)$$

para amostras quadradas de flexão em quatro pontos<sup>[2]</sup>.

Áreas ou volumes efetivos são utilizados para comparar tensões de diferentes tamanhos ou amostras tracionadas de formas diferentes. Para a distribuição de tensões em dois parâmetros, a tensão para dois corpos de tamanhos diferentes é relacionada através de

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \left(\frac{V_{E2}}{V_{E1}}\right)^{1/m} \quad \text{e} \quad \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \left(\frac{S_{E2}}{S_{E1}}\right)^{1/m} \quad (11)$$

Assim é possível dizer que a resistência de um material depende não somente do tamanho do corpo de prova, mas a magnitude da mudança depende fortemente de que defeitos estão na superfície ou no volume. Obviamente, é

essencial saber quais falhas pertencem a uma ou a outra categoria se os dados experimentais de força são proporcionais ao tamanho a fim de prever a performance do componente<sup>[2]</sup>.

Gráficos de Weibull são um meio de reportar os dados de tensões. Os gráficos geralmente utilizam eixos escolhidos para linearizar os dados.

$$\ln \left[ \ln \left( \frac{1}{1-F} \right) \right] = \ln V_E - m \ln \sigma_0 + m \ln \sigma \quad (12)$$

A equação 12 é definida por uma linha reta se os eixos nos gráficos forem escolhidos como  $\ln \ln [1/(1-F)]$  e  $\ln \sigma$ . É comum plotar o primeiro no eixo das ordenadas e o último no eixo das abscissas<sup>[2]</sup>.

As tensões devem ser ordenadas de forma ascendente e cada tensão é relacionada a uma probabilidade estimada de  $F=(i-0,5)/N$ , onde  $i$  é a ordem do corpo de prova e  $N$  é o número total de corpos de provas. Os valores de  $\ln \ln [1/(1-F)]$  e  $\ln \sigma$  são tabelados e plotados num gráfico. Uma curva de mínimos quadrados deve ser feita a partir dos dados, geralmente minimizando os desvios verticais. O módulo de Weibull é facilmente encontrado através da inclinação da reta no gráfico. O parâmetro de posição, tensão característica é a tensão para a qual o eixo vertical é 63,2% (ou  $\ln \ln [1/(1-F)] = 0$ ) e pode ser corrigida para a tensão característica por unidade de volume usando a equação 11<sup>[2]</sup>.

Este é o mais comum meio de descrever os dados de tensões para cerâmicas monolíticas de engenharia. É possível avaliar quantitativamente se os dados obedecem a uma distribuição de Weibull. Este procedimento apenas dá estimativas dos parâmetros de Weibull e para tamanhos menores de amostras, estes estimadores podem ter um grande desvio dos parâmetros da população real.

Geralmente é recomendado que não se use menos do que 30 corpos de provas para o teste, segundo Weibull<sup>[2,4]</sup>. Papargyris<sup>[7]</sup> fez um estudo com diversos estimadores e tamanhos de população, comparando as funções de Weibull para 2 e 3 parâmetros e a função de Neville buscando uma melhor aproximação dos dados.

A curvatura do gráfico pode resultar de diversas fontes. Se houver um valor limite de tensão abaixo do qual a falha ocorre então os dados serão truncados e curvarão na direção de baixo pra fora linha reta na ponta de baixa resistência mecânica. Se vários tipos de falha estão presentes, então cada um terá uma distribuição de Weibull, que pode ultrapassar ou criar uma distribuição curvada<sup>[2]</sup>.

Embora seja o meio mais comum de descrever os dados de tensões, não se trata de um meio universal, e isso realmente tem algumas deficiências. A análise de mínimos quadrados enfatiza no ponto de baixa resistência mecânica, mas em alguns exemplos, ele pode ser apropriado, porque o ponto de baixa resistência mecânica da distribuição é o de maior preocupação para o usuário<sup>[2]</sup>.

A análise de Weibull é adequada para tensões multiaxiais, cerâmicas tracionadas, fornecem a segunda e terceira tensões principais e significativamente menores que a primeira tensão principal. A análise de Weibull também tem limitações se os defeitos forem responsáveis pelo crescimento subcrítico durante o teste ou se o material exibir uma curva R<sup>[2]</sup>.

### 1.3. Ferramentas estatísticas

Abaixo são apresentadas algumas ferramentas estatísticas importantes para uma melhor caracterização da tensão de ruptura à flexão. Como existe uma grande dispersão dos dados é necessária a utilização da média, desvio padrão e em alguns casos variância.

#### 1.3.1. Média ( $\mu$ )

A média ( $\mu$ ) é em geral usada para a caracterização do centro da distribuição. Indica também qual seria a média dos valores da variável aleatória obtidos em longo prazo<sup>[3]</sup>.

$$\mu = \frac{\sum_i x_i}{n} \quad (13)$$

Os valores da grandeza são representados pelos  $x_i$  e  $n$  é o número total de amostras.

#### 1.3.2. Variância ( $\sigma^2$ )

Variância de um conjunto de dados ( $\sigma^2$ ) é a média aritmética dos quadrados dos desvios<sup>[3]</sup>.

$$\sigma^2 = \frac{\sum_i x_i^2}{n - 1} \quad (14)$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_i \|x_i - \mu\|^2}{n - 1} \quad (15)$$

### 1.3.3. Desvio padrão ( $\sigma$ )

É a raiz quadrada da variância. Entretanto, o desvio padrão da amostra, quando temos por objetivo estudar a população a que pertence, deve ser usado com restrições<sup>[3]</sup>.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_i x_i^2}{n}} \quad (16)$$

## 2. MATERIAIS E MÉTODOS

A matéria-prima utilizada para os corpos de prova é o taguá “samaroni”, uma mistura das primeiras quatro camadas de taguá retiradas da jazida localizada no km 11,5 da estrada Jundiaí-Jarinú, no município de Jundiaí. O taguá foi seco até aproximadamente 10% de umidade (referida à amostra seca a 110°C). As amostras passaram por moinhos até ultrapassarem peneiras ABNT nº 50.

Posteriormente, o material passou por um processo de moagem, em meio úmido, em moinho oscilatório de laboratório de jarro de porcelana (tipo “periquito”) e colocado em uma estufa a 110°C para secagem. Depois de seco o taguá foi desagregado em almofariz de porcelana, para obter o pó que dará origem aos corpos de prova.

O taguá foi peneirado em malha ABNT 200 (abertura 75µm). A partir desse pó foram confeccionados 50 corpos de prova nas dimensões aproximadas de (60 x 20 x 3) mm<sup>3</sup>. Sofrendo posterior prensagem em uma prensa uniaxial com compressão de 25 MPa.

Eles foram então pesados e medidos com paquímetro digital, registrando-se os comprimentos, larguras e espessuras de cada um.

Estes corpos de prova sofreram em seguida uma secagem por 15 horas a 110°C, sendo novamente medidos e pesados. Os corpos de prova foram então queimados com patamar de 1 hora a 950°C e velocidade de aquecimento 5°/min com resfriamento natural do forno.

Foi realizado um ensaio de flexão em três pontos com os corpos de prova em uma máquina universal de teste Panambra Versat 500 com velocidade de teste de 0,5 mm/min, obtendo-se assim a sua tensão de ruptura à flexão.

Os dados foram processados em planilha Microsof Excel XP.

### 3. RESULTADOS

A Tabela 1 mostra os valores de tensão de ruptura à flexão obtida com os cinquenta corpos de prova.

Tabela 1 – Dados de tensão de ruptura à flexão

corpo de prova	tensão média de ruptura à flexão(MPa)	corpo de prova	tensão média de ruptura à flexão(MPa)
1	22,1	26	21,1
2	25,1	27	27,9
3	28,0	28	20,3
4	19,0	29	23,3
5	29,3	30	25,2
6	25,1	31	23,1
7	26,5	32	19,0
8	17,0	33	25,3
9	25,4	34	23,2
10	20,8	35	28,6
11	20,1	36	18,3
12	22,0	37	19,1
13	25,1	38	19,9
14	26,2	39	25,0
15	23,5	40	17,3
16	28,9	41	30,2
17	30,1	42	19,9
18	17,7	43	22,6
19	14,6	44	20,3
20	22,3	45	29,3
21	21,7	46	20,1
22	21,1	47	26,1
23	17,4	48	19,2
24	20,5	49	23,6
25	23,6	50	8,5

A partir desses dados foram obtidos um valor de tensão média de ruptura à flexão ( $\sigma_{med}=22,6$  MPa) e um valor de desvio padrão real ( $\sigma=4,3$  MPa). Vamos tomar estes valores para comparar com as séries com menor número de repetições de ensaios de flexão. Como a tensão média de ruptura é obtida a partir da média de cinquenta corpos de prova, ela se torna mais representativa do que as amostras com menos corpos de prova. Lembrando que a estatística recomenda trinta corpos de prova para se obter valores mais confiáveis.

A partir da estatística de Weibull determinou-se o módulo de Weibull ( $m = 5,6$ ) e tensão característica ( $\sigma_0 = 24,5$  MPa). Esses valores serão utilizados para comparação com as séries com menor quantidade de corpos de prova, tendo em vista que cinquenta é maior do que o tamanho de amostras de trinta corpos de prova, recomendado por Weibull<sup>[2, 4]</sup> e pela norma americana ASTM C1161-02c<sup>[8]</sup>

A partir desses cinquenta valores, foram realizados vinte sorteios para determinar a confiabilidade dos resultados de tensão média de ruptura à flexão para séries com três, cinco, sete, dez, quinze, vinte e trinta corpos de prova.

O sorteio foi feito com cinquenta papéis numerados de um a cinquenta e colocados em uma caixa e então sorteados com reposição dos números sorteados.

### **3.1. Séries com três corpos de prova**

Foram realizados vinte sorteios de três corpos de prova com reposição dos já números sorteados. A fim de se obter uma tensão média de ruptura e o desvio padrão para as vinte séries. Além disso, através da estatística de Weibull foram obtidos o módulo de Weibull médio e tensão característica média.

Os números foram repostos a fim de se manter o caráter aleatório dos sorteios. Assim os corpos de prova de números 4, 5, 10, 11, 15, 16, 17, 19, 21, 23, 24, 31, 35, 37, 41, 42 e 48 não saíram. Caso não houvesse reposição dos números sorteados a fim de que todos os números saíssem o sorteio não seria randômico.

Tabela 2 – apresenta os números sorteados, as tensões médias de ruptura à flexão, os desvios padrão, módulos de Weibull e tensão característica para as séries com três corpos de prova.

número da série	números sorteados	tensão média de ruptura à flexão(MPa)	desvio padrão (MPa)	módulo de Weibull	tensão característica (MPa)
1	44, 50, 43	17,1	7,6	2,0	20,1
2	14, 20, 34	23,9	2,0	12,8	24,8
3	22, 26, 29	21,8	1,3	16,1	22,5
4	38, 45, 27	25,7	5,1	5,2	27,9
5	46, 1, 22	21,1	1,0	23,9	21,5
en6	30, 8, 9	22,5	4,8	4,5	24,7
7	28, 39, 34	23,9	0,9	27,0	24,3
8	28, 30, 1	22,5	2,5	10,2	23,6
9	29, 7, 36	22,7	4,1	6,1	24,3
10	49, 20, 6	23,7	1,4	18,9	24,3
11	2, 18, 25	22,1	3,9	6,0	23,8
12	47, 49, 18	22,5	4,3	5,7	24,2
13	13, 22, 39	23,7	2,3	10,6	24,8
14	8, 3, 32	21,3	5,8	4,0	23,5
15	40, 26, 36	18,9	2,0	10,5	19,8
16	1, 12, 28	21,5	1,0	22,0	22,0
17	2, 39, 13	25,0	0,1	418,9	25,1
18	8, 18, 46	18,3	1,6	12,3	19,0
19	26, 8, 49	20,5	3,3	6,8	21,9
20	39, 33, 43	24,3	1,5	17,4	24,9

A partir dessas 20 séries obtivemos uma tensão média de ruptura à flexão ( $\sigma_{med}=22,2$  MPa) sendo que as tensões médias variaram entre 17,1 e 25,7 MPa.

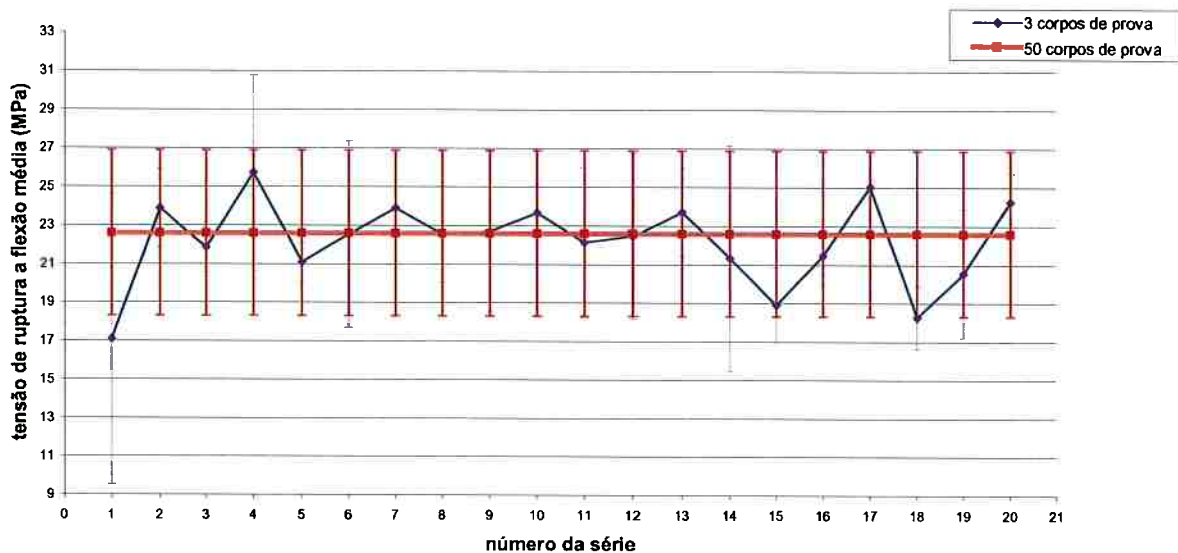


Figura 2 – Gráfico das tensões médias de ruptura e desvios padrões para cada série com três corpos de prova com a tensão média de ruptura à flexão para cinquenta corpos de prova e o desvio padrão para cinquenta corpos de prova.

As tensões médias de ruptura para cada série de três corpos de prova são representadas pelos pontos azuis e a linha azul serve para facilitar a visualização das tensões médias para cada série. A linha vermelha representa a tensão média real de ruptura à flexão para cinquenta corpos de prova. As barras azuis representam o desvio padrão para cada série de três corpos de prova e as barras vermelhas representam o desvio padrão para cinquenta corpos de prova.

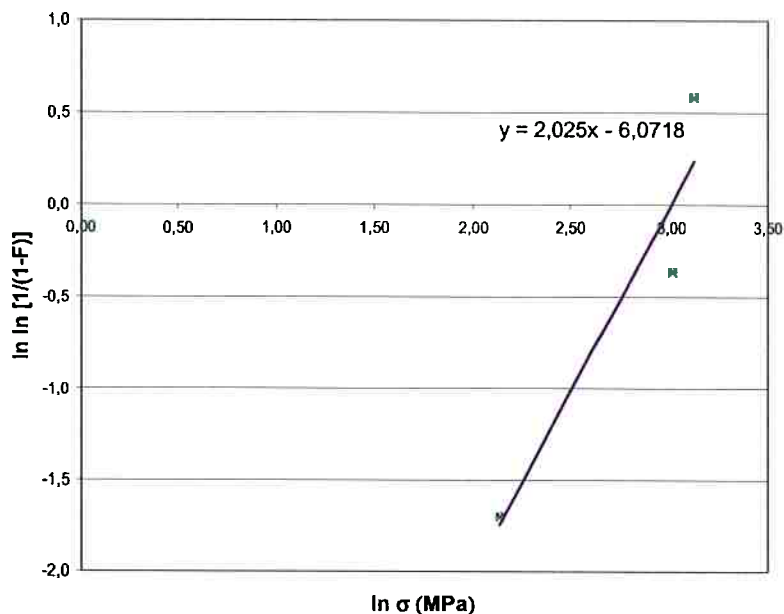


Figura 3 – Exemplo de distribuição de Weibull (primeira série de três corpos de prova). A probabilidade de falha é apresentada no eixo das abscissas sendo linearizado por  $\ln \ln [1/(1-F)]$  e a tensão é apresentada no eixo das ordenadas e linearizado por  $\ln \sigma$ .

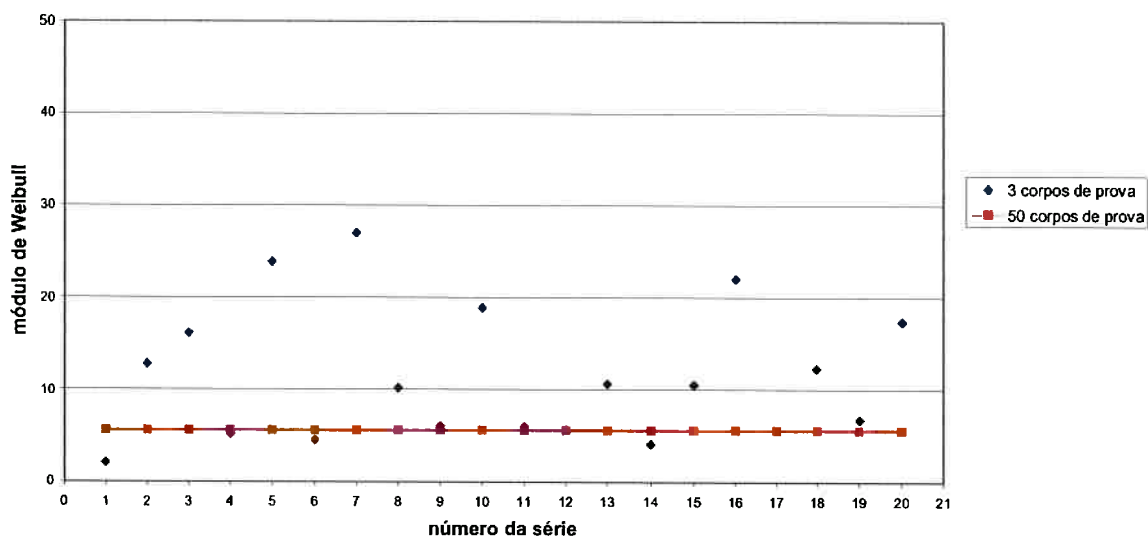


Figura 4 – Módulos de Weibull obtidos para cada série. Os pontos azuis apresentam os módulos de Weibull para cada série de três corpos e os pontos em vermelho apresentam o módulo de Weibull obtido para cinquenta corpos de prova.

Utilizando a estatística de Weibull para cada uma das vinte séries de três corpos de prova obtivemos um módulo de Weibull médio ( $m = 32,1$ ) que teve flutuações de 2,0 a 418,9.

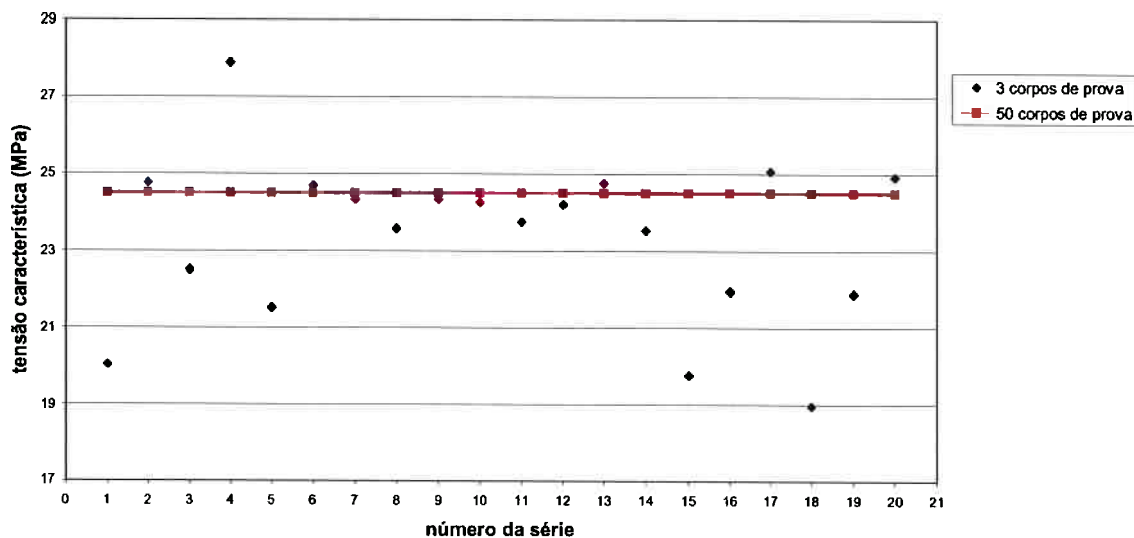


Figura 5 – Tensões características obtidas para cada série. Os pontos azuis representam as tensões características para cada série de três corpos de prova e os pontos vermelhos representam a tensão característica para cinquenta corpos de prova.

A partir dos dados das vinte séries obtivemos uma tensão característica média ( $\sigma_0 = 23,3$  MPa) apresentando valores entre 19,0 e 27,9 MPa.

### 3.2. Séries com cinco corpos de prova

Vinte sorteios de cinco corpos de prova foram feitos com reposição dos já números sorteados.

Assim os corpos de prova de números 2, 12, 20, 31 e 43 não saíram. Caso não houvesse reposição dos números sorteados a fim de que todos os números saíssem o sorteio não seria randômico.

Tabela 3 – apresenta os números sorteados, as tensões médias de ruptura à flexão, os desvios padrão, módulos de Weibull e tensão característica para as séries com cinco corpos de prova.

Número da série	números sorteados	tensão média de ruptura à flexão(MPa)	desvio padrão (MPa)	módulo de Weibull	tensão característica (MPa)
1	47, 25, 29, 33, 14	24,9	1,4	20,1	25,5
2	32, 35, 6, 17, 48	24,4	5,2	5,1	26,6
3	39, 41, 49, 16, 5	27,4	2,9	10,3	28,7
4	34, 14, 45, 27, 42	25,3	3,8	7,6	26,9
5	12, 22, 40, 7,48	22,1	4,1	6,0	23,7
6	21, 35, 42, 19, 24	21,1	5,0	4,8	23,0
7	48, 38, 39, 37, 25	20,7	2,4	8,6	21,9
8	41, 4, 10, 42, 19	25,5	4,8	5,7	27,5
9	32, 4, 10, 42, 19	18,7	2,4	8,0	19,8
10	1, 22, 9, 19, 50	18,3	6,7	2,6	20,9
11	48, 4, 21, 45, 11	21,9	4,3	5,3	23,8
12	30, 15, 49, 8, 16	23,6	4,3	5,8	25,5
13	6, 11, 49, 28, 13	22,8	2,5	9,9	24,0
14	29, 34, 32, 50, 48	18,7	6,1	2,6	21,6
15	10, 21, 9, 6, 22	22,8	2,3	10,6	23,9
16	17, 15, 10, 41, 30	26,0	4,1	7,1	27,7
17	18, 24, 4, 30, 28	20,6	2,8	8,2	21,8
18	29, 48, 46, 25, 26	21,5	1,9	12,5	22,3
19	23, 28, 44, 37, 3	21,0	4,1	5,7	22,7
20	13, 45, 4, 44, 37	22,6	4,5	5,4	24,5

Com os dados dessas 20 séries obtivemos uma tensão média de ruptura à flexão ( $\sigma_{med}=22,5$  MPa) sendo que as tensões médias variaram entre 18,3 e 27,4 MPa.

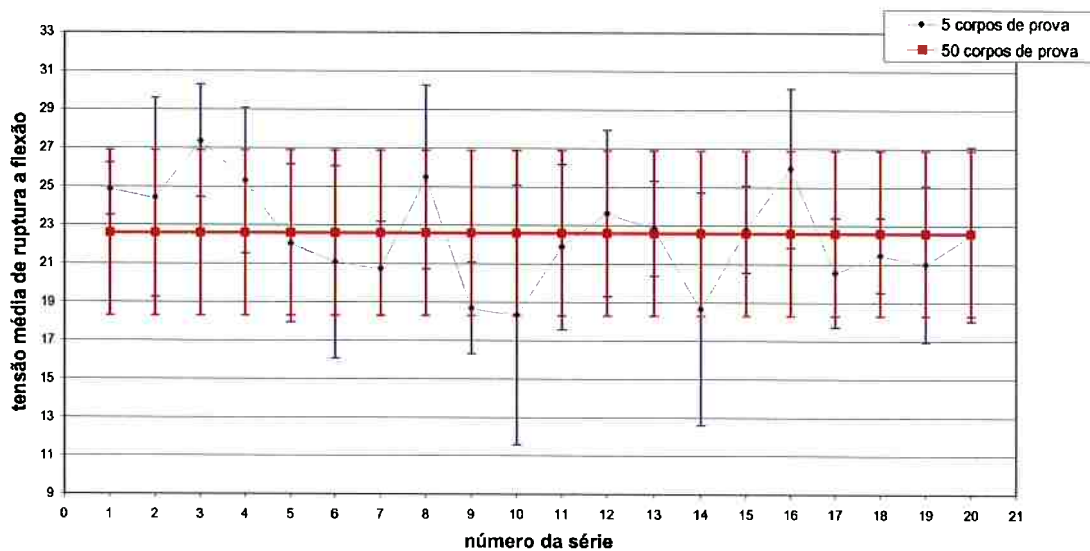


Figura 6 - Gráfico das tensões médias de ruptura e desvios padrões para cada série com cinco corpos de prova com a tensão média de ruptura à flexão para cinquenta corpos de prova e o desvio padrão para cinquenta corpos de prova.

As tensões médias de ruptura para cada série de cinco corpos de prova são representadas pelos pontos azuis e a linha azul serve para facilitar a visualização das tensões médias para cada série. A linha vermelha representa a tensão média real de ruptura à flexão para cinquenta corpos de prova. As barras azuis representam o desvio padrão para cada série de cinco corpos de prova e as barras vermelhas representam o desvio padrão para cinquenta corpos de prova.

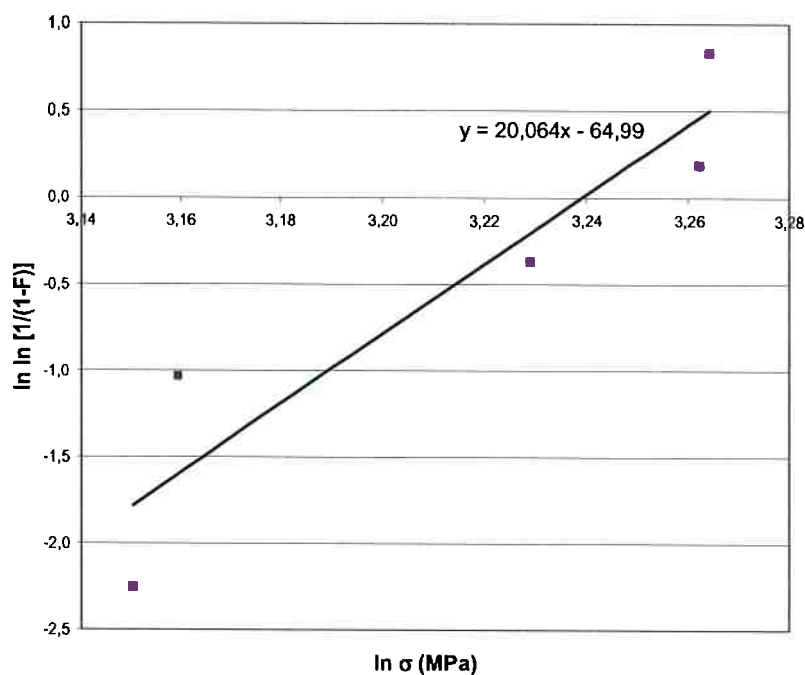


Figura 7 – Distribuição de Weibull da primeira série de cinco corpos de prova. A probabilidade de falha é apresentada no eixo das abscissas sendo linearizado por  $\ln [1/(1-F)]$  e a tensão é apresentada no eixo das ordenadas e linearizado por  $\ln \sigma$ .

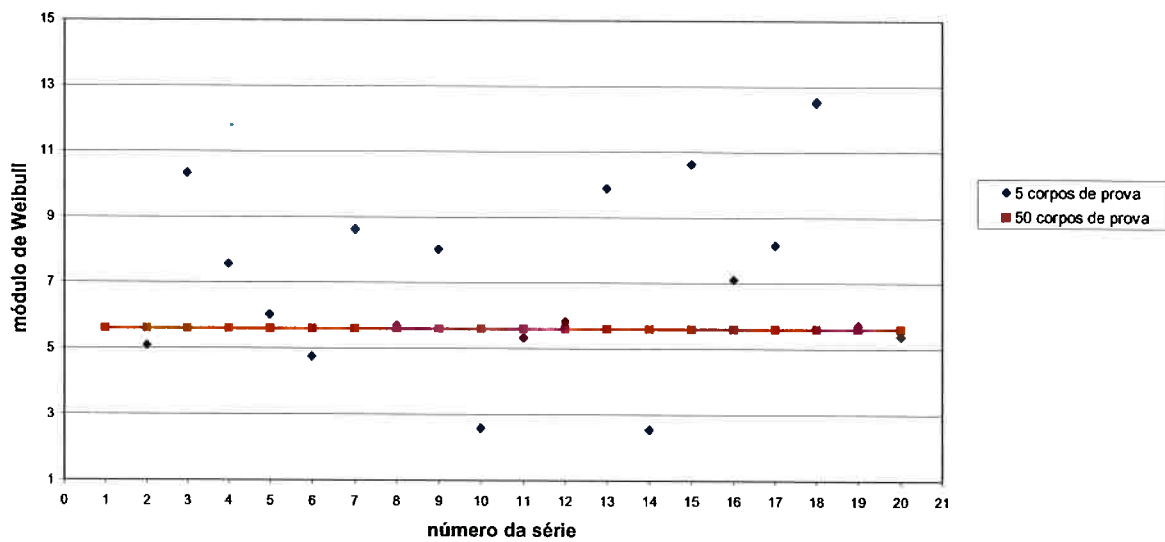


Figura 8 – Módulos de Weibull obtidos para cada série. Os pontos azuis apresentam os módulos de Weibull para cada série de cinco corpos e os pontos em vermelho apresentam o módulo de Weibull obtido para cinquenta corpos de prova.

Utilizando a estatística de Weibull para cada uma das vinte séries de cinco corpos de prova obtivemos um módulo de Weibull médio ( $m = 7,6$ ) que teve flutuações de 2,6 e 20,1.

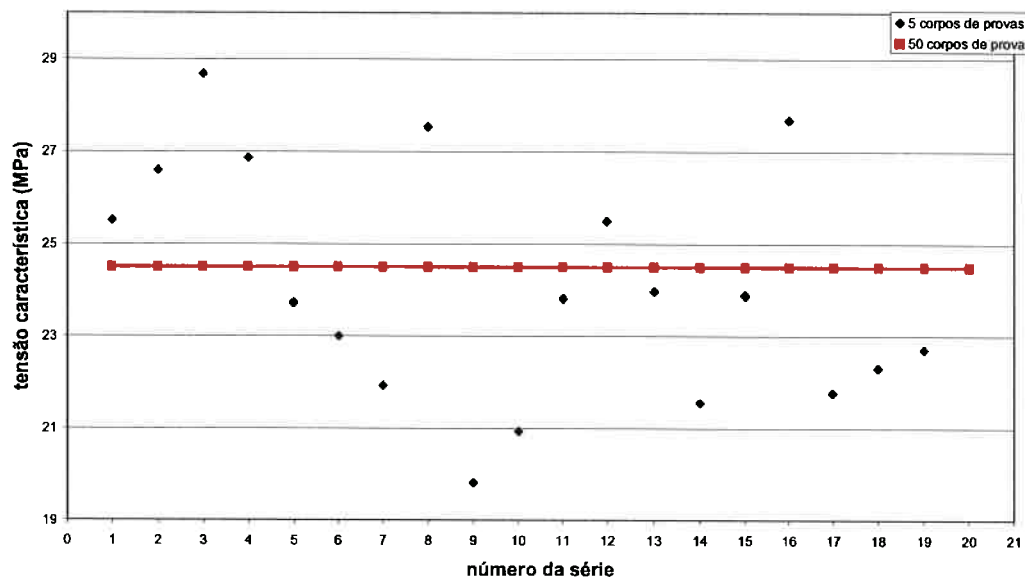


Figura 9 – Tensões características obtidas para cada série. Os pontos azuis representam as tensões características para cada série de cinco corpos de prova e os pontos vermelhos representam a tensão característica para cinquenta corpos de prova.

A partir dos dados das vinte séries obtivemos uma tensão característica média ( $\sigma_0 = 24,1$  MPa) apresentando valores entre 19,8 e 28,7 MPa.

### 3.3. Séries com sete corpos de prova

Vinte sorteios de sete corpos de prova foram feitos com reposição dos já números sorteados.

Assim os corpos de prova de números 14, 20, 38 e 45 não saíram. Caso não houvesse reposição dos números sorteados a fim de que todos os números saíssem o sorteio não seria randômico.

Tabela 4 – apresenta os números sorteados, as tensões médias de ruptura à flexão, os desvios padrão, módulos de Weibull e tensão característica para as séries com sete corpos de prova.

número da série	números sorteados	tensão média de ruptura à flexão(MPa)	desvio padrão (MPa)	módulo de Weibull	tensão característica (MPa)
1	4, 8, 37, 31, 48, 11, 49	20,2	2,4	9,6	21,2
2	25, 28, 10, 41, 36, 9, 22	22,8	4,0	6,7	24,4
3	44, 2, 1, 21, 22, 28, 33	22,2	2,1	11,5	23,2
4	3, 15, 48, 29, 42, 49, 24	22,6	3,0	8,6	23,9
5	12, 48, 29, 4, 33, 27, 46	22,4	3,3	7,7	23,8
6	10, 27, 22, 11, 6, 19, 2	22,1	4,4	5,5	23,9
7	23, 47, 19, 31, 13, 17, 36	22,1	5,5	4,6	24,2
8	39, 9, 42, 47, 34, 48, 33	23,4	2,8	9,1	24,7
9	12, 15, 7, 1, 26, 30, 37	22,8	2,5	10,7	23,8
10	5, 6, 24, 32, 50, 3, 31	21,9	7,0	2,7	25,2
11	4, 27, 26, 29, 43, 21, 28	22,3	2,9	9,0	23,5
12	29, 25, 43, 30, 36, 19, 16	22,4	4,6	5,3	24,3
13	46, 8, 18, 12, 28, 25, 4	20,0	2,3	10,1	20,9
14	49, 19, 22, 29, 9, 39, 2	22,6	3,8	5,6	24,5
15	47, 48, 33, 35, 32, 7, 43	23,9	3,7	7,1	25,5
16	21, 23, 50, 6, 8, 11, 42	18,5	5,2	3,2	20,9
17	25, 30, 3, 21, 10, 42, 39	23,5	2,8	9,6	24,6
18	8, 17, 11, 31, 49, 7, 18	22,6	4,7	5,5	24,4
19	29, 12, 31, 7, 10, 22, 33	23,2	2,1	12,7	24,1
20	5, 8, 31, 27, 7, 40, 39	23,7	4,9	5,2	25,8

Com os dados dessas 20 séries obtivemos uma tensão média de ruptura à flexão ( $\sigma_{med}=22,3$  MPa) sendo que as tensões médias variaram entre 18,5 e 23,9 MPa.

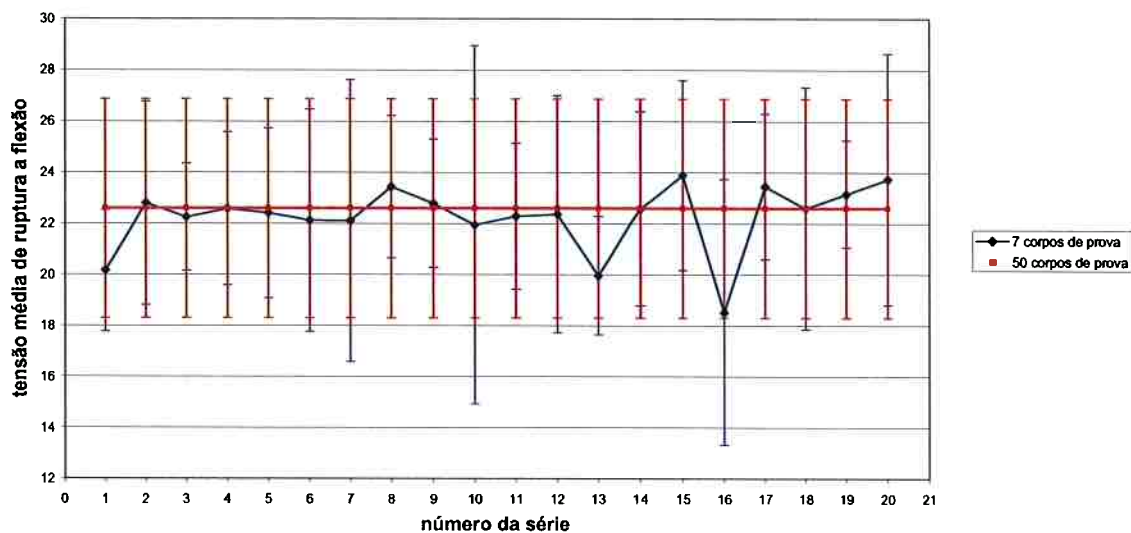


Figura 10 - Gráfico das tensões médias de ruptura e desvios padrões para cada série com sete corpos de prova com a tensão média de ruptura à flexão para cinquenta corpos de prova e o desvio padrão para cinquenta corpos de prova.

As tensões médias de ruptura para cada série de sete corpos de prova são representadas pelos pontos azuis e a linha azul serve para facilitar a visualização das tensões médias para cada série. A linha vermelha representa a tensão média de ruptura à flexão para cinquenta corpos de prova. As barras azuis representam o desvio padrão para cada série de sete corpos de prova e as barras vermelhas representam o desvio padrão para cinquenta corpos de prova.

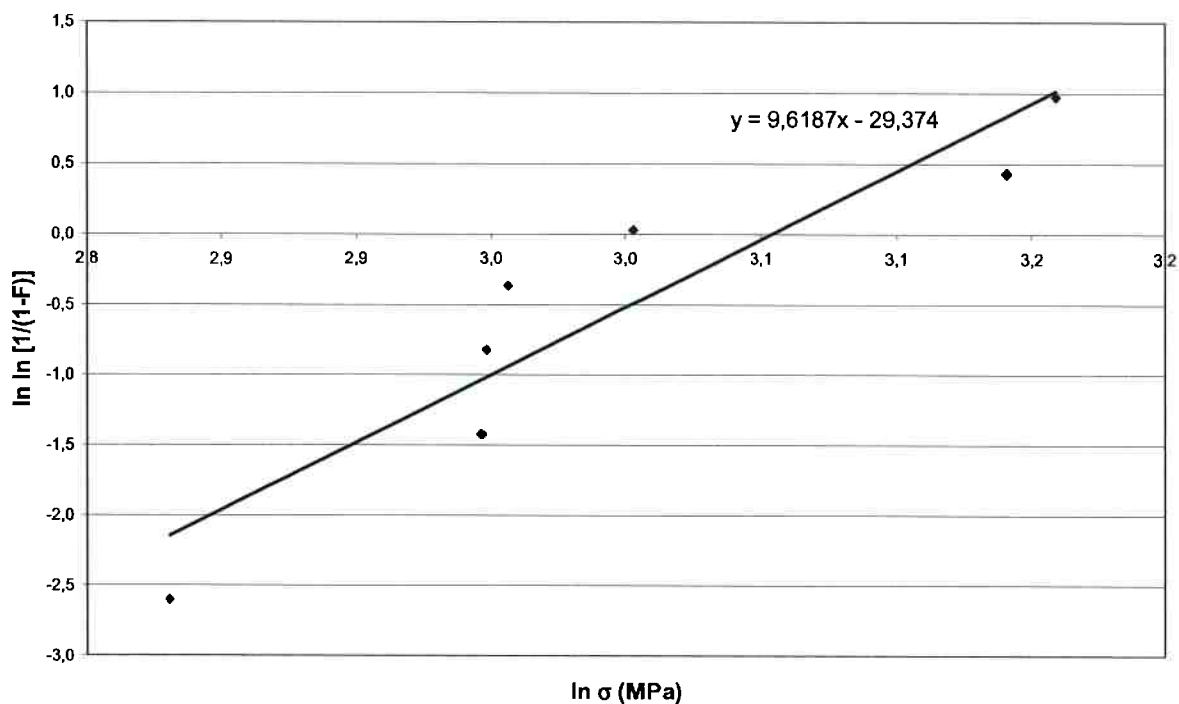


Figura 11 – Distribuição de Weibull da primeira série de sete corpos de prova. A probabilidade de falha é apresentada no eixo das abscissas sendo linearizado por  $\ln \ln [1/(1-F)]$  e a tensão é apresentada no eixo das ordenadas e linearizado por  $\ln \sigma$ .

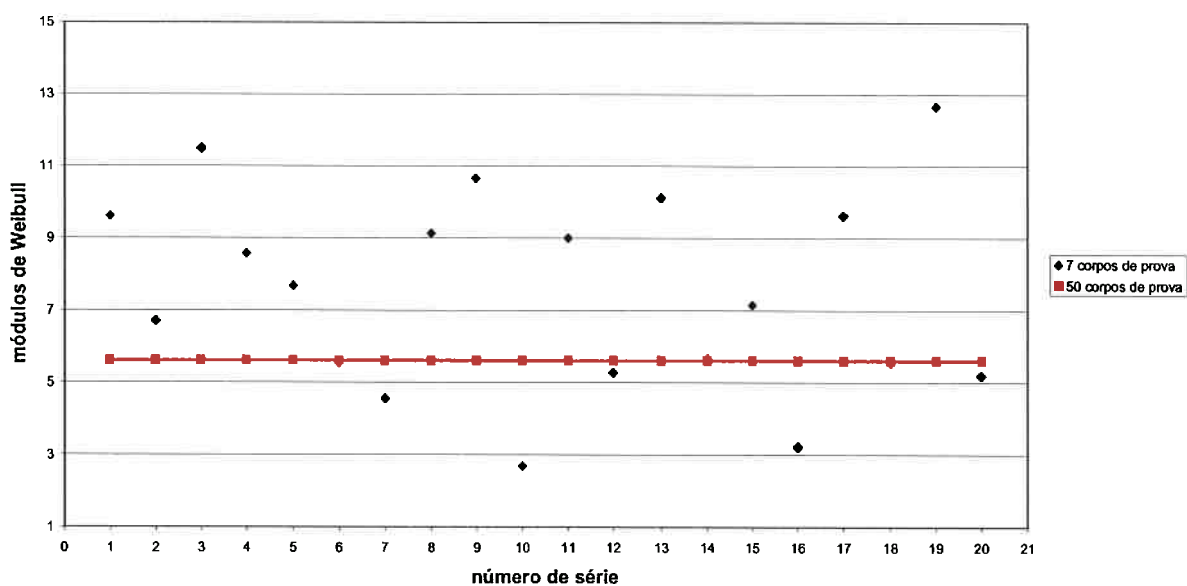


Figura 12 – Módulos de Weibull obtidos para cada série. Os pontos azuis apresentam os módulos de Weibull para cada série de sete corpos e os pontos em vermelho apresentam o módulo de Weibull obtido para cinquenta corpos de prova.

Utilizando a estatística de Weibull para cada uma das vinte séries de sete corpos de prova obtivemos um módulo de Weibull médio ( $m = 7,5$ ) que teve flutuações de 2,7 e 12,7.

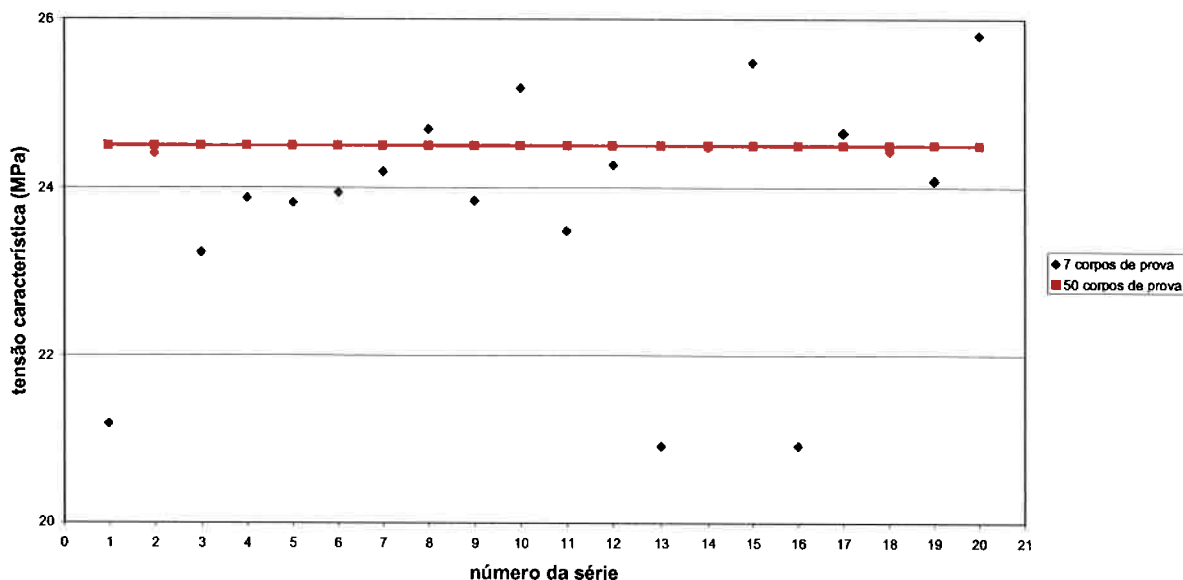


Figura 13 – Tensões características obtidas para cada série. Os pontos azuis representam as tensões características para cada série de sete corpos de prova e os pontos vermelhos representam a tensão característica para cinquenta corpos de prova.

A partir dos dados das vinte séries obtivemos uma tensão característica média ( $\sigma_0 = 23,9$  MPa) apresentando valores entre 20,9 e 25,8 MPa.

### 3.4. Séries com dez corpos de prova

Vinte sorteios de dez corpos de prova foram feitos com reposição dos já números sorteados.

Tabela 5 – apresenta os números sorteados, as tensões médias de ruptura à flexão, os desvios padrão, módulos de Weibull e tensão característica para as séries com dez corpos de prova.

número da série	números sorteados	tensão média de ruptura à flexão(MPa)	desvio padrão (MPa)	módulo de Weibull	tensão característica (MPa)
1	26, 30, 2, 8, 12, 31, 37, 27, 35, 39	23,4	3,7	7,3	24,9
2	16, 37, 42, 19, 22, 41, 24, 50, 14, 30	21,4	6,6	3,2	24,1
3	2, 10, 48, 43, 44, 5, 20, 39, 26, 40	22,3	3,4	7,8	23,7
4	39, 11, 7, 16, 46, 8, 29, 43, 17, 6	23,9	4,1	6,8	25,5
5	35, 47, 30, 11, 45, 25, 33, 1, 46, 40	23,8	3,9	7,2	25,4
6	16, 40, 6, 42, 41, 11, 12, 48, 37, 7	22,8	4,5	5,9	24,7
7	22, 25, 5, 38, 17, 36, 23, 30, 8, 24	22,2	4,7	5,5	24,1
8	9, 7, 46, 11, 30, 28, 20, 43, 2, 1	23,0	2,4	10,7	24,1
9	23, 17, 26, 31, 8, 29, 10, 15, 46, 19	21,1	4,4	5,8	22,8
10	20, 44, 42, 8, 47, 50, 35, 24, 14, 28	21,0	5,7	3,3	23,6
11	40, 7, 38, 33, 9, 29, 41, 6, 10, 34	23,7	3,6	7,6	25,2
12	1, 19, 11, 34, 50, 10, 2, 28, 9, 36	19,8	5,1	3,5	22,3
13	18, 9, 37, 49, 43, 19, 32, 46, 8, 50	18,7	4,8	3,8	20,9
14	39, 47, 28, 27, 50, 24, 7, 37, 2, 48	21,8	5,7	3,2	24,8
15	30, 28, 11, 42, 12, 16, 4, 38, 10, 40	21,4	3,3	7,3	22,8
16	38, 47, 14, 22, 30, 3, 48, 6, 46, 33	23,6	3,2	8,2	25,0
17	23, 21, 38, 46, 3, 16, 20, 39, 41, 26	23,4	4,3	6,4	25,2
18	39, 36, 14, 21, 13, 35, 42, 18, 4, 25	22,5	3,7	7,0	24,0
19	7, 42, 43, 45, 36, 8, 46, 33, 20, 17	23,1	4,5	6,0	24,9
20	19, 41, 18, 21, 50, 47, 26, 38, 49, 25	20,7	6,1	3,3	23,2

Com os dados dessas 20 séries obtivemos uma tensão média de ruptura à flexão ( $\sigma_{med}=22,2$  MPa) sendo que as tensões médias variaram entre 18,8 e 23,9 MPa.

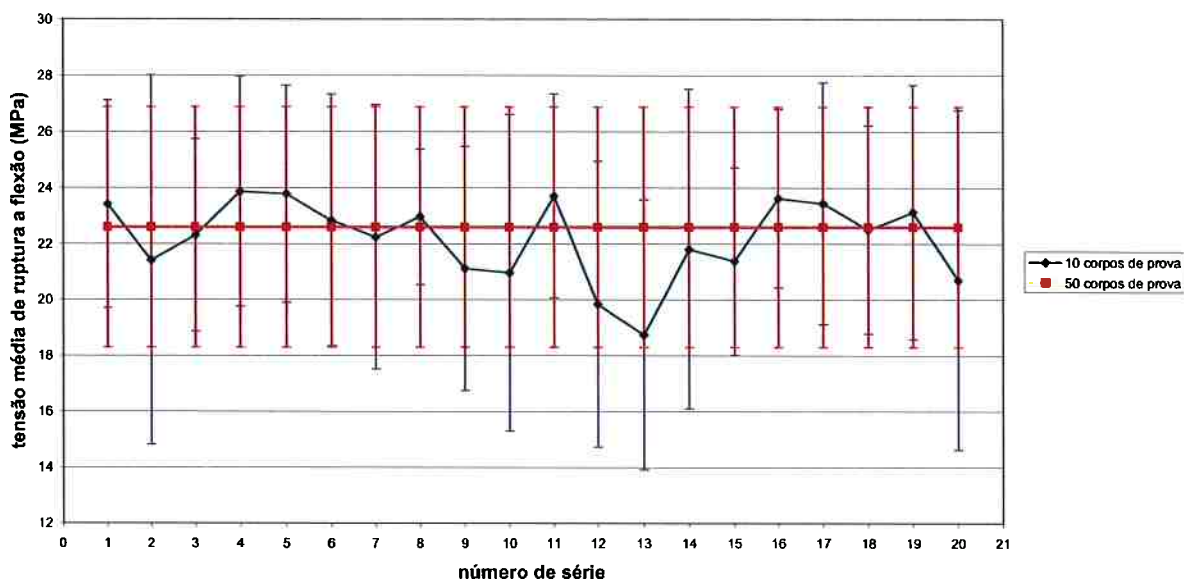


Figura 14 - Gráfico das tensões médias de ruptura e desvios padrões para cada série com dez corpos de prova com a tensão média de ruptura à flexão para cinquenta corpos de prova e o desvio padrão para cinquenta corpos de prova.

As tensões médias de ruptura para cada série de dez corpos de prova são representadas pelos pontos azuis e a linha azul serve para facilitar a visualização das tensões médias para cada série. A linha vermelha representa a tensão média de ruptura à flexão para cinquenta corpos de prova. As barras azuis representam o desvio padrão para cada série de dez corpos de prova e as barras vermelhas representam o desvio padrão para cinquenta corpos de prova.

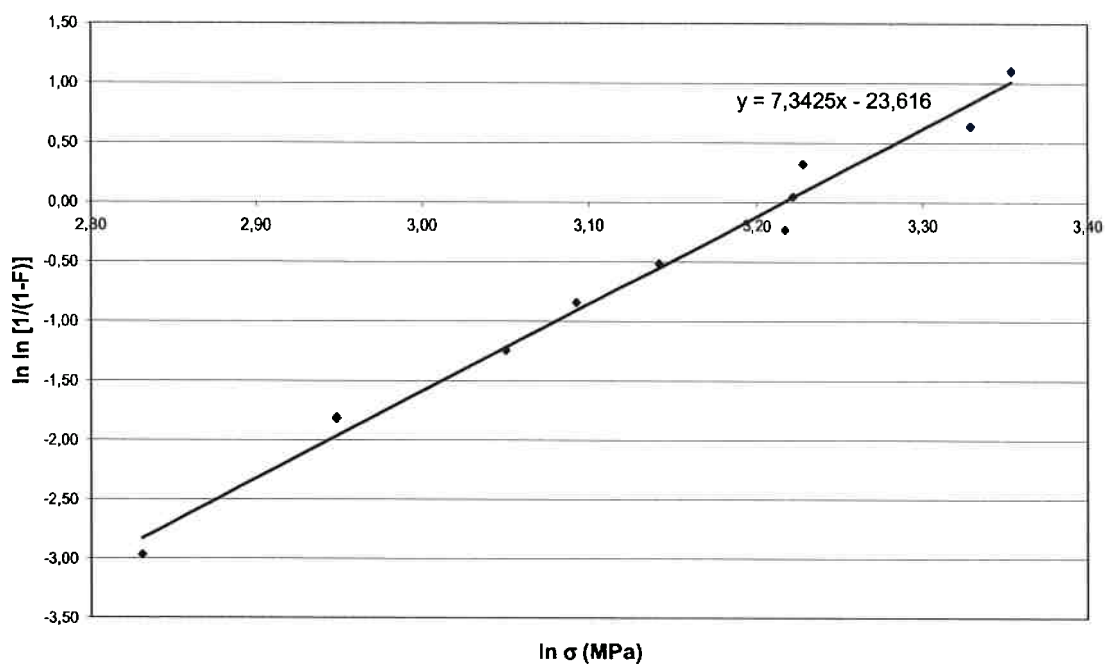


Figura 15 – Distribuição de Weibull da primeira série de dez corpos de prova. A probabilidade de falha é apresentada no eixo das abscissas sendo linearizado por  $\ln [1/(1-F)]$  e a tensão é apresentada no eixo das ordenadas e linearizado por  $\ln \sigma$ .

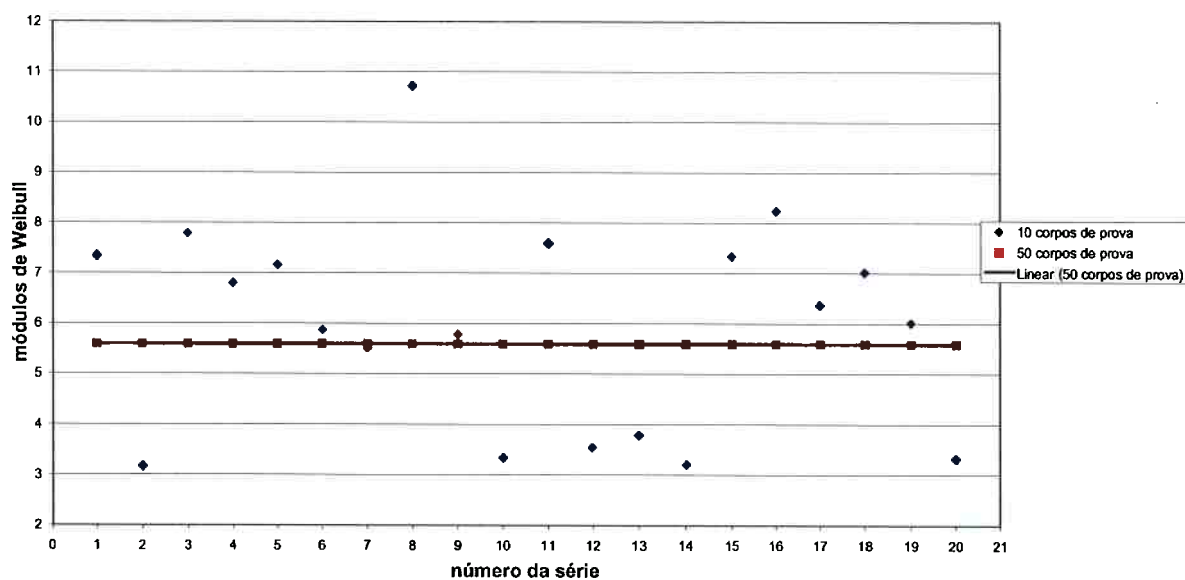


Figura 16 – Módulos de Weibull obtidos para cada série. Os pontos azuis apresentam os módulos de Weibull para cada série de dez corpos e os pontos em vermelho apresentam o módulo de Weibull obtido para cinquenta corpos de prova.

Utilizando a estatística de Weibull para cada uma das vinte séries de dez corpos de prova obtivemos um módulo de Weibull médio ( $m = 7,3$ ) que teve flutuações de 3,2 e 10,7.

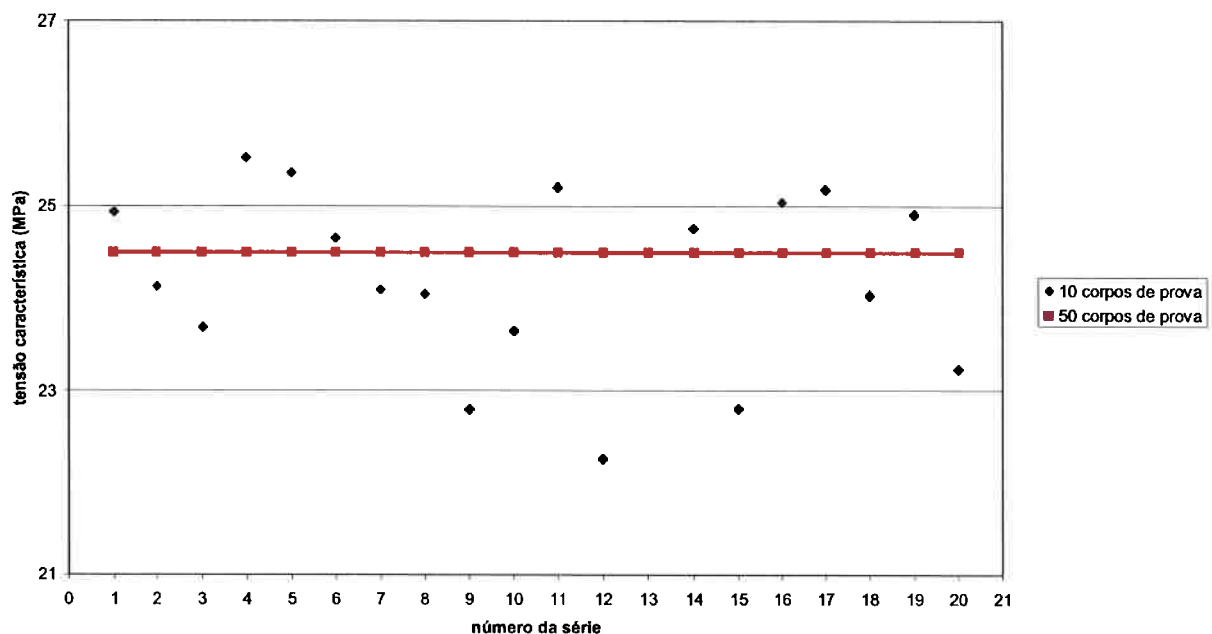


Figura 17 – Tensões características obtidas para cada série. Os pontos azuis representam as tensões características para cada série de dez corpos de prova e os pontos vermelhos representam a tensão característica para cinquenta corpos de prova.

A partir dos dados das vinte séries obtivemos uma tensão característica média ( $\sigma_0 = 24,1$  MPa) apresentando valores entre 20,9 e 25,5 MPa.

### 3.5. Séries com quinze corpos de prova

Vinte sorteios de quinze corpos de prova foram feitos com reposição dos já números sorteados.

Caso não houvesse reposição dos números sorteados a fim de que todos os números saíssem o sorteio não seria randômico

Tabela 6 – apresenta os números sorteados, as tensões médias de ruptura à flexão, os desvios padrão, módulos de Weibull e tensão característica para as séries com quinze corpos de prova

número da série	números sorteados	tensão média de ruptura à flexão(MPa)	desvio padrão (MPa)	módulo de Weibull	tensão característica (MPa)
1	44, 40, 16, 10, 35, 28, 2, 26, 47, 31 25, 14, 6, 7, 36	23,4	3,6	7,6	24,9
2	37, 19, 8, 44, 7, 49, 17, 6, 5, 46 40, 35, 34, 2, 29	22,9	4,7	5,6	24,7
3	41, 15, 50, 3, 29, 2, 19, 25, 8, 18 7, 48, 17, 34, 13	22,4	6,0	3,6	25,0
4	24, 1, 18, 19, 8, 9, 39, 21, 7, 30 37, 2, 15, 4, 11	21,5	3,6	7,0	23,0
5	36, 14, 17, 42, 11, 40, 26, 35, 5, 12 28, 33, 13, 47, 50	22,6	5,6	3,7	25,2
6	19, 47, 26, 12, 17, 2, 44, 39, 1, 8 25, 43, 29, 50, 4	21,4	5,2	3,9	23,8
7	23, 11, 4, 48, 35, 49, 26, 40, 45, 1 31, 15, 50, 14, 10	21,3	5,1	4,0	23,7
8	27, 38, 14, 32, 7, 48, 40, 23, 18, 13 28, 8, 9, 3, 25	22,0	4,2	6,0	23,8
9	44, 20, 43, 17, 47, 12, 22, 49, 48, 1 28, 5, 40, 38, 7	22,8	3,7	7,4	24,3
10	6, 12, 28, 8, 43, 46, 36, 33, 10, 20 7, 41, 25, 15, 11	22,5	3,4	8,1	23,9
11	33, 28, 47, 27, 30, 38, 13, 39, 42, 9 26, 4, 12, 43, 29	23,2	2,7	10,0	24,4
12	15, 46, 14, 10, 32, 3, 31, 8, 28, 49 17, 30, 36, 11, 23	22,2	3,9	6,7	23,8
13	33, 6, 23, 41, 47, 37, 43, 7, 29, 42 24, 31, 19, 17, 35	23,5	4,6	5,9	25,3
14	40, 30, 28, 15, 44, 42, 26, 9, 5, 17 25, 8, 48, 37, 16	22,7	4,3	6,2	24,4
15	8, 15, 28, 5, 38, 19, 7, 30, 35, 9 40, 33, 25, 21, 39	22,9	4,3	6,0	24,6
16	45, 16, 49, 21, 18, 40, 9, 2, 10, 23 50, 7, 5, 15, 35	22,9	5,8	3,6	25,6
17	18, 33, 8, 47, 20, 29, 16, 10, 15, 6 4, 27, 25, 13, 12	23,2	3,5	7,8	24,6
18	37, 43, 18, 29, 3, 13, 28, 36, 4, 31 20, 5, 50, 7, 42	21,5	5,1	3,1	24,9
19	40, 21, 36, 11, 19, 18, 17, 29, 25, 27 14, 42, 48, 47, 10	21,8	4,3	6,0	23,5
20	35, 21, 39, 41, 15, 38, 12, 5, 36, 26 20, 50, 48, 33, 7	22,8	5,4	3,8	25,5

φ

Com os dados dessas 20 séries obtivemos uma tensão média de ruptura à flexão ( $\sigma_{med}=22,5$  MPa) sendo que as tensões médias variaram entre 21,3 e 23,5 MPa.

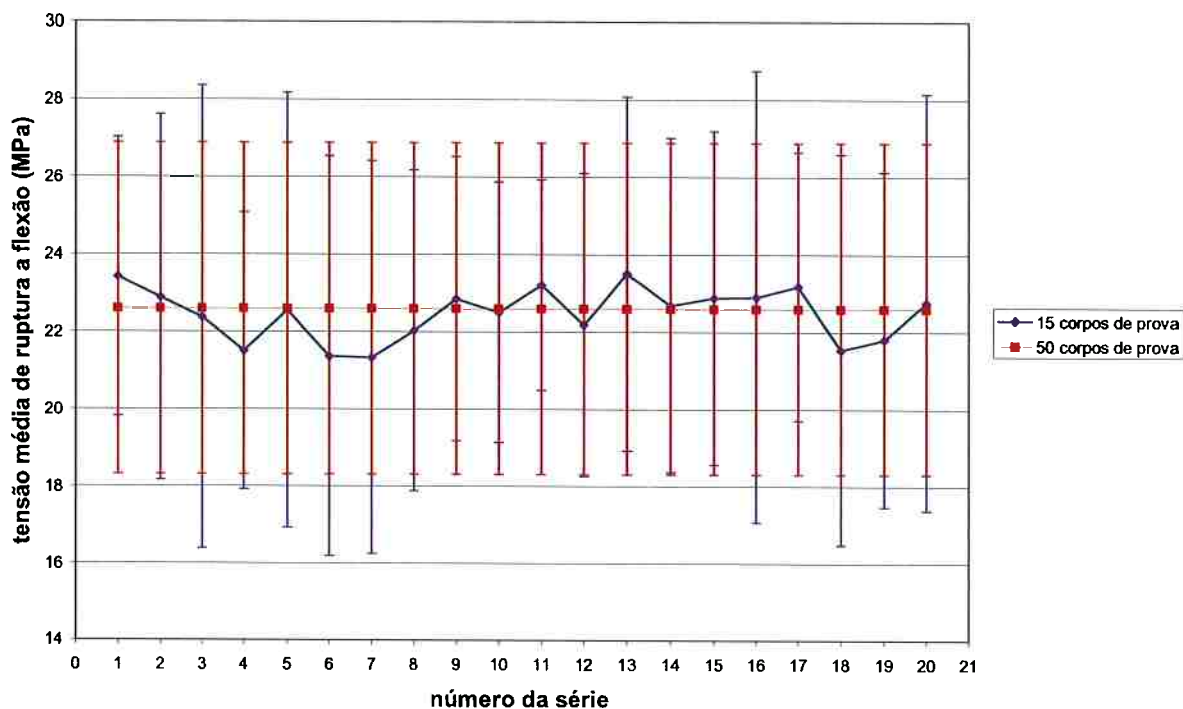


Figura 18 - Gráfico das tensões médias de ruptura e desvios padrões para cada série com quinze corpos de prova com a tensão média de ruptura à flexão para cinquenta corpos de prova e o desvio padrão para cinquenta corpos de prova.

As tensões médias de ruptura para cada série de quinze corpos de prova são representadas pelos pontos azuis e a linha azul serve para facilitar a visualização das tensões médias para cada série. A linha vermelha representa a tensão média de ruptura à flexão para cinquenta corpos de prova. As barras azuis representam o desvio padrão para cada série de quinze corpos de prova e as barras vermelhas representam o desvio padrão para cinquenta corpos de prova.

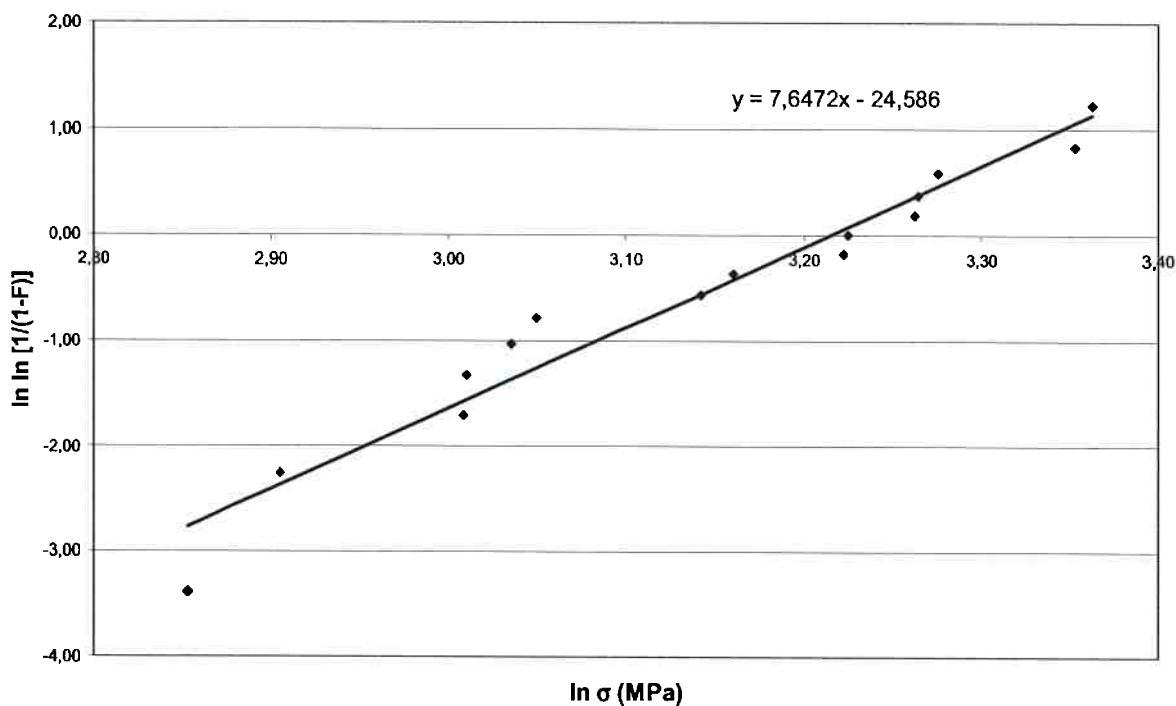


Figura 19 – Distribuição de Weibull da primeira série de quinze corpos de prova. A probabilidade de falha é apresentada no eixo das abscissas sendo linearizado por  $\ln \ln [1/(1-F)]$  e a tensão é apresentada no eixo das ordenadas e linearizado por  $\ln \sigma$ .

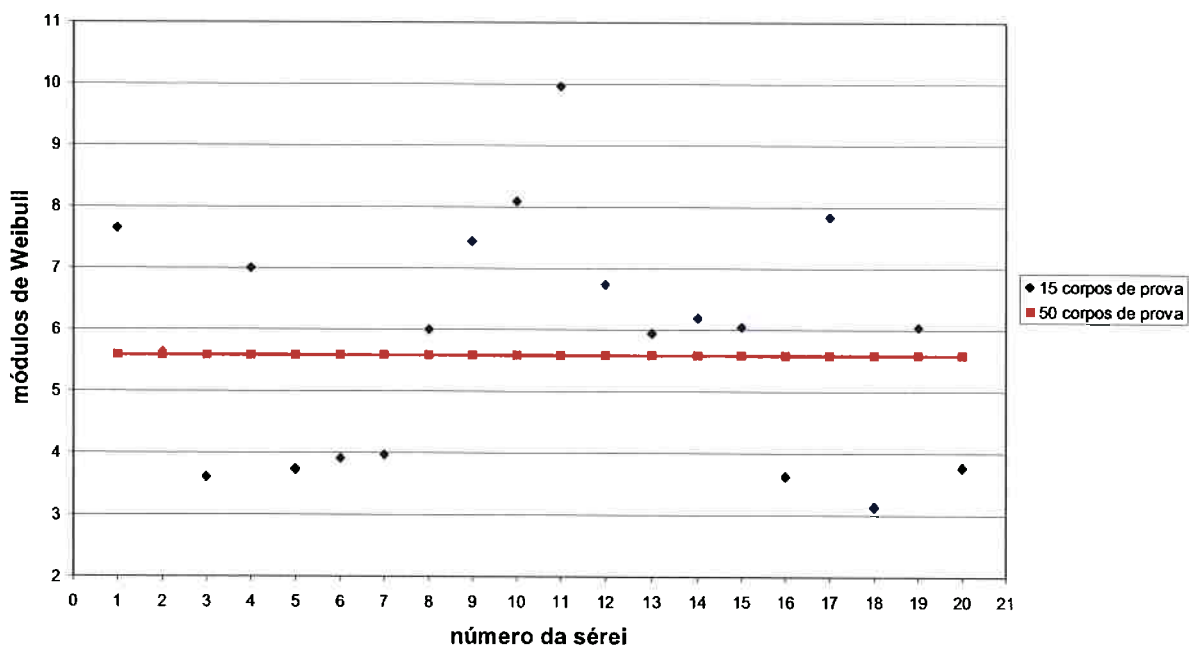


Figura 20 – Módulos de Weibull obtidos para cada série. Os pontos azuis apresentam os módulos de Weibull para cada série de quinze corpos e os pontos em vermelho apresentam o módulo de Weibull obtido para cinquenta corpos de prova.

Utilizando a estatística de Weibull para cada uma das vinte séries de quinze corpos de prova obtivemos um módulo de Weibull médio ( $m = 5,8$ ) que teve flutuações de 3,1 e 10,0.

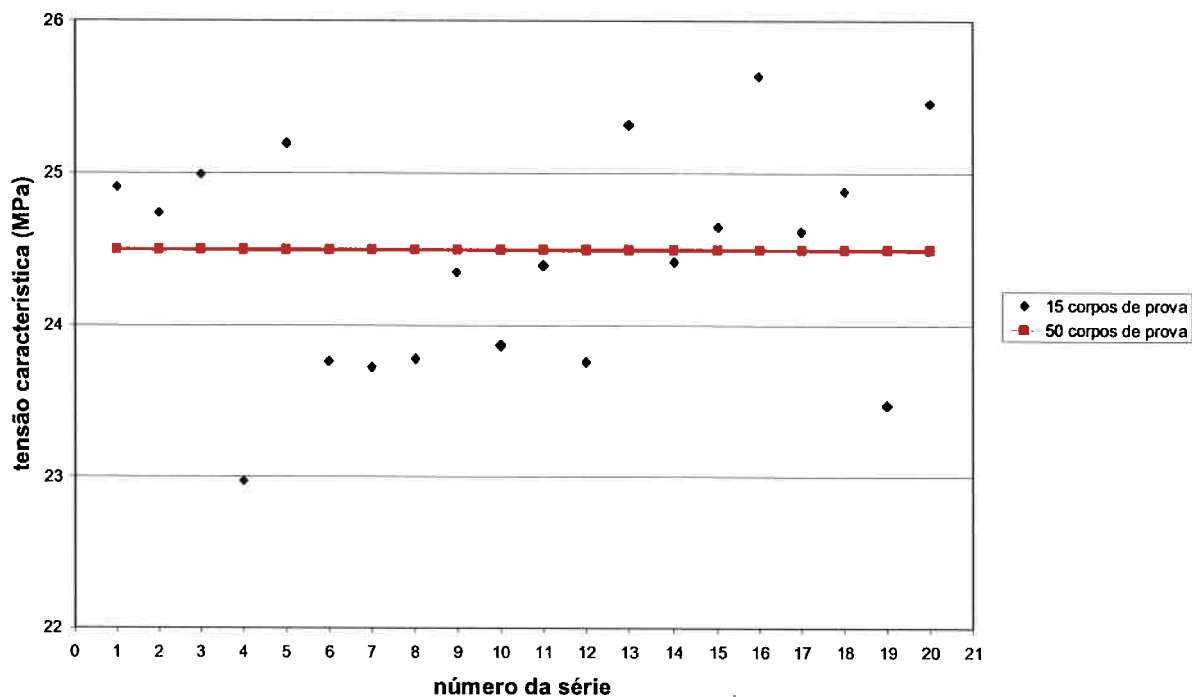


Figura 21 – Tensões características obtidas para cada série. Os pontos azuis representam as tensões características para cada série de quinze corpos de prova e os pontos vermelhos representam a tensão característica para cinquenta corpos de prova.

A partir dos dados das vinte séries obtivemos uma tensão característica média ( $\sigma_0 = 24,4$  MPa) apresentando valores entre 23,0 e 25,6 MPa.

### 3.6. Séries com vinte corpos de prova

Vinte sorteios de vinte corpos de prova foram feitos com reposição dos já números sorteados.

Caso não houvesse reposição dos números sorteados a fim de que todos os números saíssem o sorteio não seria randômico

Tabela 7 – apresenta os números sorteados, as tensões médias de ruptura à flexão, os desvios padrão, módulos de Weibull e tensão característica para as séries com vinte corpos de prova.

número da série	números sorteados	tensão média de ruptura à flexão(MPa)	desvio padrão (MPa)	módulo de Weibull	tensão característica (MPa)
1	26, 22, 28, 2, 3, 17, 50, 9, 47, 16 7, 49, 1, 15, 5, 12, 32, 21, 36, 39	23,3	4,9	4,2	25,8
2	2, 28, 10, 6, 12, 31, 26, 14, 48, 8 11, 4, 9, 24, 23, 41, 43, 21, 1, 36	21,9	3,3	8,1	23,2
3	9, 26, 30, 37, 8, 41, 43, 35, 44, 3 11, 7, 47, 38, 50, 17, 2, 31, 25, 29	22,5	4,9	4,3	24,9
4	10, 5, 43, 8, 33, 45, 44, 25, 24, 3 23, 1, 48, 40, 37, 9, 16, 26, 17, 2	23,1	4,3	6,3	24,9
5	39, 13, 15, 44, 10, 9, 22, 20, 28, 41 50, 23, 45, 1, 38, 6, 18, 26, 37, 16	22,2	4,9	4,3	24,5
6	50, 12, 33, 19, 43, 6, 15, 3, 44, 21 36, 32, 4, 22, 16, 34, 24, 9, 30, 14	21,9	4,7	4,4	24,2
7	6, 18, 10, 45, 37, 32, 7, 27, 44, 40 26, 29, 38, 14, 47, 11, 16, 30, 49, 17	23,4	4,1	6,8	25,0
8	39, 37, 9, 43, 50, 46, 10, 18, 36, 31 16, 21, 20, 7, 40, 11, 8, 34, 3, 27	21,7	4,8	4,4	23,9
9	20, 48, 10, 26, 34, 23, 30, 49, 41, 2 6, 44, 18, 12, 13, 42, 37, 5, 29, 40	22,4	3,6	7,4	23,8
10	23, 47, 7, 46, 31, 3, 6, 10, 36, 29 17, 41, 48, 25, 2, 22, 43, 40, 33, 19	22,9	4,3	6,3	24,6
11	1, 48, 6, 37, 8, 10, 17, 11, 46, 38 49, 45, 24, 1, 40, 2, 36, 23, 20, 31	21,6	3,7	7,1	23,1
12	15, 1, 19, 43, 42, 44, 7, 12, 26, 14 6, 48, 33, 29, 45, 3, 25, 4, 47, 18	22,8	3,7	7,3	24,3
13	8, 1, 3, 24, 7, 43, 48, 12, 16, 29 45, 17, 32, 14, 37, 36, 46, 6, 40, 44	22,7	4,2	6,4	24,4
14	16, 4, 49, 13, 27, 48, 23, 22, 39, 18 29, 7, 42, 20, 36, 44, 28, 11, 21, 38	21,9	3,3	7,8	23,3
15	12, 11, 4, 47, 27, 18, 25, 35, 2, 38 50, 39, 17, 21, 34, 10, 23, 14, 9, 42	22,4	4,9	4,3	24,8

Continuação da Tabela 7

16	23, 11, 3, 21, 10, 32, 13, 25, 47, 22 34, 4, 49, 50, 38, 19, 7, 14, 2, 20	21,6	4,6	4,4	23,8
17	50, 41, 8, 9, 47, 32, 14, 46, 34, 17 31, 6, 4, 22, 28, 16, 21, 1, 15, 13	22,8	5,0	4,3	25,2
18	49, 46, 9, 35, 26, 50, 3, 30, 8, 18 21, 20, 40, 42, 31, 15, 33, 2, 39, 44	21,9	4,6	4,4	24,2
19	47, 40, 44, 29, 5, 8, 32, 1, 20, 36 45, 4, 46, 13, 49, 28, 38, 43, 16, 10	22,2	3,8	7,0	23,8
20	8, 21, 20, 18, 4, 44, 6, 26, 47, 14 28, 35, 22, 5, 42, 13, 23, 36, 31, 39	22,2	3,7	7,2	23,7

Com os dados dessas 20 séries obtivemos uma tensão média de ruptura à flexão ( $\sigma_{med}=22,4$  MPa) sendo que as tensões médias variaram entre 21,6 e 23,4 MPa.

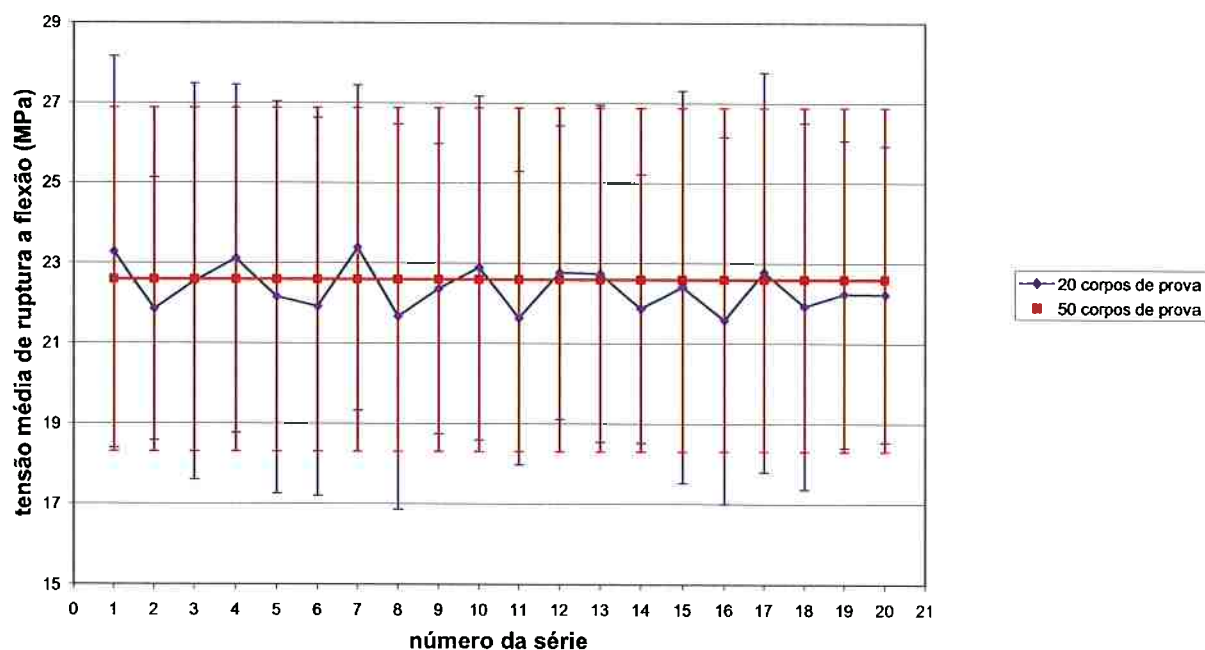


Figura 22 - Gráfico das tensões médias de ruptura e desvios padrões para cada série com vinte corpos de prova com a tensão média de ruptura à flexão para cinquenta corpos de prova e o desvio padrão real para cinquenta corpos de prova.

As tensões médias de ruptura para cada série de vinte corpos de prova são representadas pelos pontos azuis e a linha azul serve para facilitar a visualização das tensões médias para cada série. A linha vermelha representa a tensão média de ruptura à flexão para cinquenta corpos de prova. As barras azuis representam o desvio padrão para cada série de vinte corpos de prova e as barras vermelhas representam o desvio padrão para cinquenta corpos de prova.

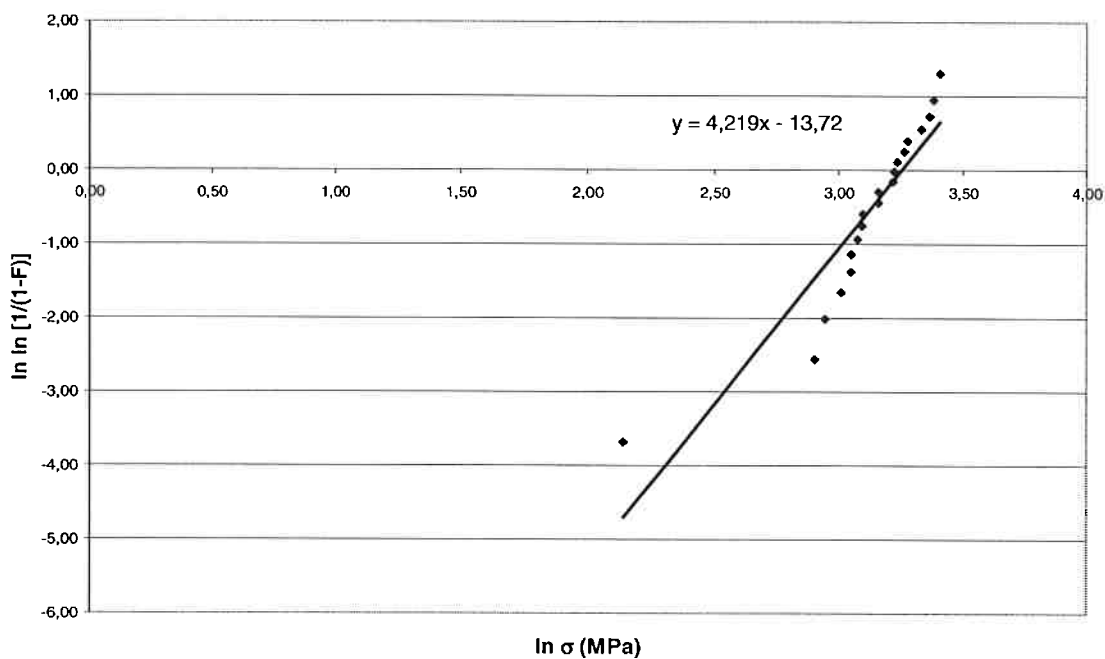


Figura 23 – Distribuição de Weibull da primeira série de vinte corpos de prova. A probabilidade de falha é apresentada no eixo das abscissas sendo linearizado por  $\ln \ln [1/(1-F)]$  e a tensão é apresentada no eixo das ordenadas e linearizado por  $\ln \sigma$ .

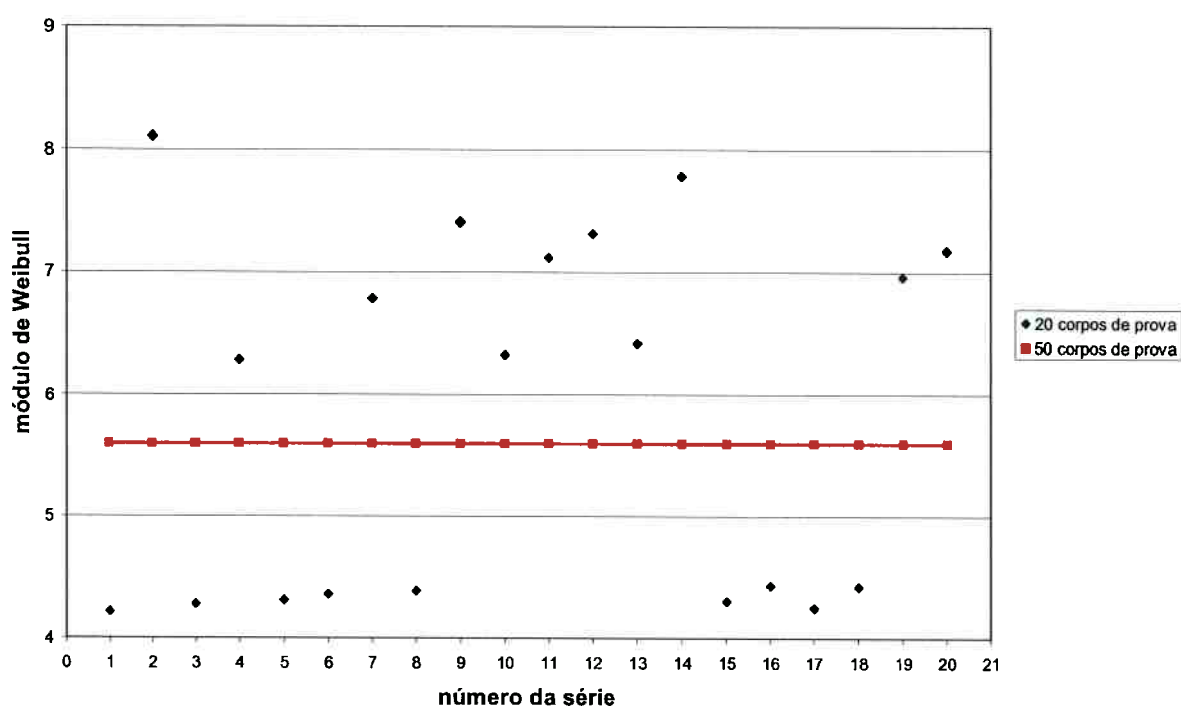


Figura 24 – Módulos de Weibull obtidos para cada série. Os pontos azuis apresentam os módulos de Weibull para cada série de vinte corpos e os pontos em vermelho apresentam o módulo de Weibull obtido para cinquenta corpos de prova.

Utilizando a estatística de Weibull para cada uma das vinte séries de vinte corpos de prova obtivemos um módulo de Weibull médio ( $m = 5,8$ ) que teve flutuações de 4,2 e 8,1

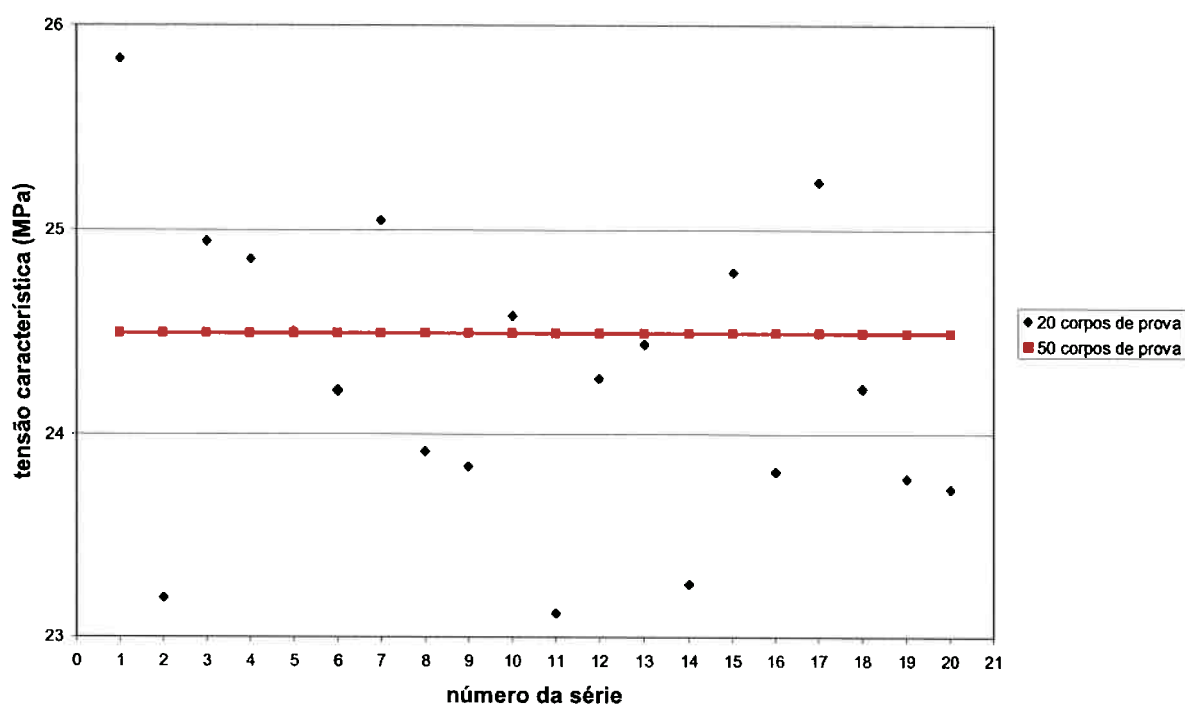


Figura 25 – Tensões características obtidas para cada série. Os pontos azuis representam as tensões características para cada série de vinte corpos de prova e os pontos vermelhos representam a tensão característica para cinquenta corpos de prova.

A partir dos dados das vinte séries obtivemos uma tensão característica média ( $\sigma_0 = 24,3$  MPa) apresentando valores entre 23,1 e 25,8 MPa.

### 3.7. Séries com trinta corpos de prova

Vinte sorteios de trinta corpos de prova foram feitos com reposição dos já números sorteados.

Caso não houvesse reposição dos números sorteados a fim de que todos os números saíssem o sorteio não seria randômico

Tabela 8 – apresenta os números sorteados, as tensões médias de ruptura à flexão, os desvios padrão, módulos de Weibull e tensão característica para as séries com trinta corpos de prova.

número da série	números sorteados	tensão média de ruptura à flexão(MPa)	desvio padrão (MPa)	módulo de Weibull	tensão característica (MPa)
1	47, 23, 32, 15, 27, 30, 50, 16, 28, 14 24, 33, 34, 31, 39, 3, 38, 7, 13, 20 35, 2, 12, 42, 19, 36, 45, 46, 10, 48	22,7	4,6	4,9	24,8
2	21, 18, 36, 6, 31, 20, 47, 30, 22, 2 39, 49, 41, 29, 3, 13, 43, 8, 46, 25 50, 4, 48, 44, 38, 32, 1, 37, 24, 7	21,9	4,1	5,2	24,0
3	49, 26, 40, 35, 41, 38, 1, 2, 43, 24 3, 21, 28, 45, 32, 22, 17, 31, 15, 47 12, 7, 23, 10, 18, 50, 46, 34, 25, 27	22,7	4,6	4,9	24,9
4	45, 43, 4, 47, 20, 13, 40, 26, 37, 1 22, 5, 27, 21, 39, 29, 23, 10, 34, 33 41, 35, 30, 2, 36, 50, 46, 3, 44, 18	22,7	4,7	4,9	24,9
5	40, 14, 49, 24, 33, 44, 42, 5, 38, 43 45, 29, 15, 22, 20, 10, 9, 27, 2, 18 41, 34, 26, 50, 3, 31, 6, 37, 16, 25	23,1	4,5	4,9	25,3
6	28, 6, 34, 10, 35, 22, 18, 7, 45, 19 31, 30, 41, 46, 25, 29, 11, 43, 12, 5 24, 2, 23, 42, 50, 16, 36, 15, 49, 48	22,4	4,7	4,9	24,5
7	1, 3, 37, 47, 38, 20, 46, 22, 18, 44 48, 45, 33, 12, 39, 28, 10, 36, 35, 13 11, 19, 17, 2, 29, 49, 16, 40, 21, 24	22,5	3,9	7,0	24,1
8	6, 20, 17, 50, 11, 41, 9, 43, 16, 40 22, 13, 21, 2, 35, 46, 3, 10, 44, 33 23, 42, 30, 19, 32, 7, 49, 5, 24, 25	22,9	4,9	4,7	25,1
9	20, 50, 10, 15, 47, 1, 38, 43, 48, 9 6, 26, 12, 8, 29, 40, 33, 16, 44, 49 18, 3, 7, 23, 39, 34, 42, 45, 4, 5	22,3	4,4	5,0	24,4
10	47, 44, 38, 48, 2, 10, 45, 13, 7, 20 35, 49, 9, 25, 29, 36, 4, 39, 42, 26 11, 24, 28, 33, 15, 40, 31, 19, 3, 6	22,7	3,5	7,7	24,1

Continuação da Tabela 8

número da série	números sorteados	tensão média de ruptura à flexão(MPa)	desvio padrão (MPa)	módulo de Weibull	tensão característica (MPa)
11	29, 2, 22, 39, 36, 11, 24, 12, 41, 50 4, 19, 9, 3, 28, 5, 30, 47, 16, 8 33, 13, 25, 20, 34, 35, 42, 44, 49, 18	22,6	4,7	4,8	24,7
12	11, 32, 44, 25, 47, 42, 22, 10, 3, 41 33, 37, 16, 17, 1, 26, 45, 35, 24, 38 12, 40, 4, 8, 15, 5, 23, 30, 18, 9	22,9	4,3	6,4	24,7
13	32, 28, 47, 25, 40, 50, 3, 44, 30, 27 16, 42, 11, 48, 31, 18, 39, 21, 34, 22 5, 15, 14, 29, 10, 23, 38, 13, 37, 1	22,1	4,3	5,1	24,2
14	38, 46, 45, 9, 21, 39, 33, 17, 18, 10 47, 48, 49, 20, 5, 15, 28, 44, 35, 34 26, 25, 37, 11, 4, 1, 23, 8, 40, 43	22,4	3,7	7,3	23,9
15	22, 11, 48, 8, 35, 9, 44, 31, 47, 43 18, 29, 37, 3, 45, 25, 41, 46, 13, 17 34, 30, 19, 24, 21, 15, 26, 14, 12, 38	22,9	3,9	7,1	24,5
16	36, 15, 49, 48, 47, 5, 42, 29, 41, 27 46, 24, 14, 22, 11, 30, 23, 43, 18, 12 34, 1, 35, 13, 9, 38, 17, 50, 26, 25	22,7	4,5	4,9	24,9
17	21, 44, 39, 47, 34, 2, 7, 42, 23, 22 11, 49, 25, 3, 12, 45, 41, 26, 13, 9 18, 30, 29, 1, 40, 33, 24, 4, 19, 5	23,0	3,8	7,2	24,5
18	30, 22, 50, 46, 7, 11, 17, 47, 34, 14 31, 19, 12, 1, 49, 5, 28, 37, 32, 3 45, 21, 26, 13, 36, 33, 15, 39, 42, 48	22,6	4,5	4,9	24,7
19	17, 29, 16, 40, 18, 48, 38, 24, 21, 43 28, 49, 44, 37, 1, 22, 47, 46, 6, 20 34, 26, 32, 3, 4, 9, 42, 2, 14, 33	22,4	3,3	8,1	23,8
20	22, 33, 26, 45, 39, 29, 24, 14, 37, 25 28, 47, 5, 42, 3, 21, 11, 23, 16, 6 35, 30, 18, 13, 2, 50, 43, 12, 15, 32	23,0	4,4	5,0	25,1

Com os dados dessas 20 séries obtivemos uma tensão média de ruptura à flexão ( $\sigma_{med}=22,6$ ) sendo que as tensões médias variaram entre 21,9 e 23,1 MPa.

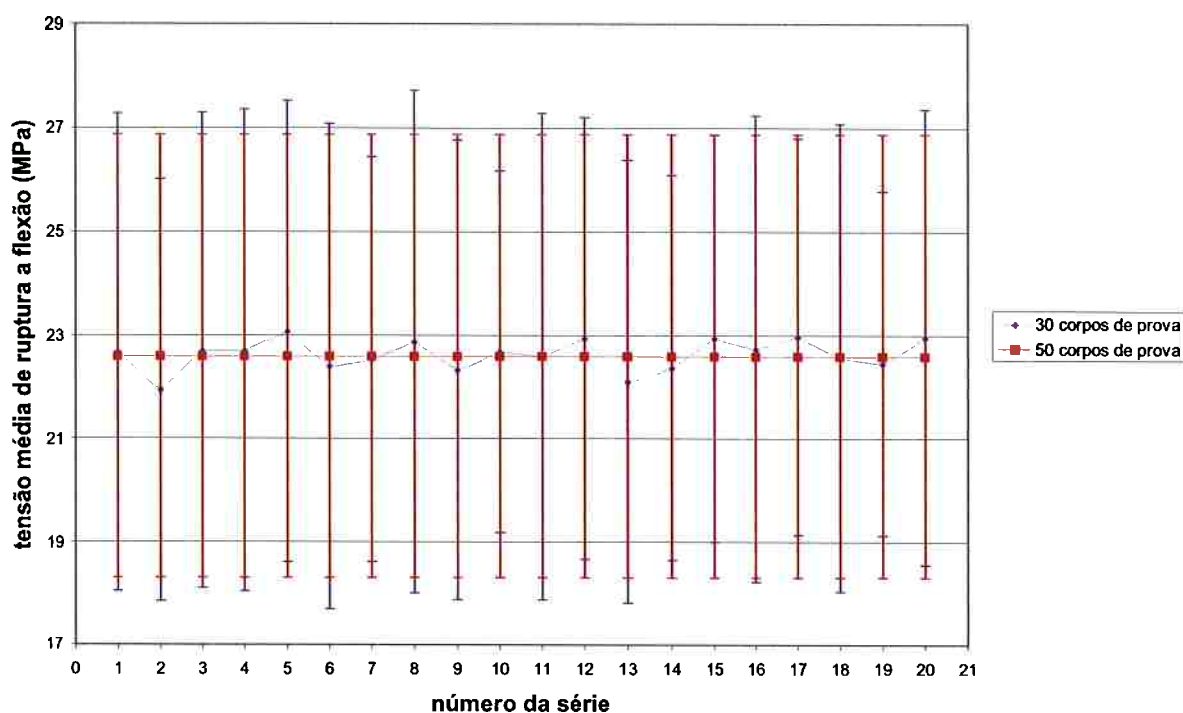


Figura 26 - Gráfico das tensões médias de ruptura e desvios padrões para cada série com trinta corpos de prova com a tensão média de ruptura à flexão para cinquenta corpos de prova e o desvio padrão para cinquenta corpos de prova.

As tensões médias de ruptura para cada série de trinta corpos de prova são representadas pelos pontos azuis e a linha azul serve para facilitar a visualização das tensões médias para cada série. A linha vermelha representa a tensão média de ruptura à flexão para cinquenta corpos de prova. As barras azuis representam o desvio padrão para cada série de trinta corpos de prova e as barras vermelhas representam o desvio padrão para cinquenta corpos de prova.

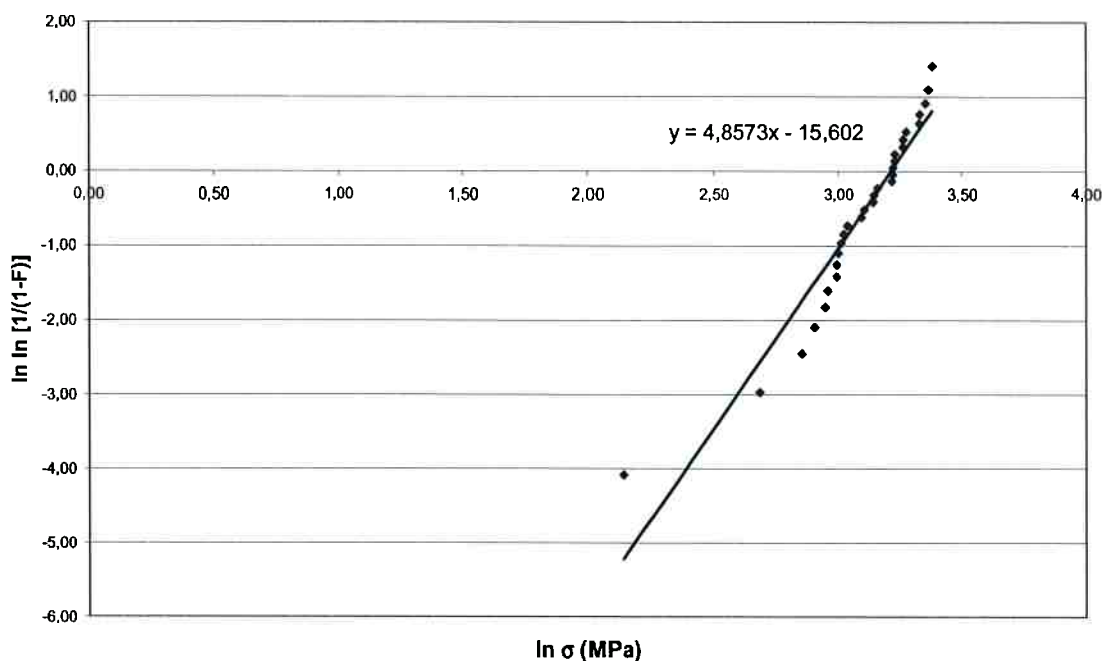


Figura 27 – Distribuição de Weibull da primeira série de trinta corpos de prova. A probabilidade de falha é apresentada no eixo das abscissas sendo linearizado por  $\ln [1/(1-F)]$  e a tensão é apresentada no eixo das ordenadas e linearizado por  $\ln \sigma$ .

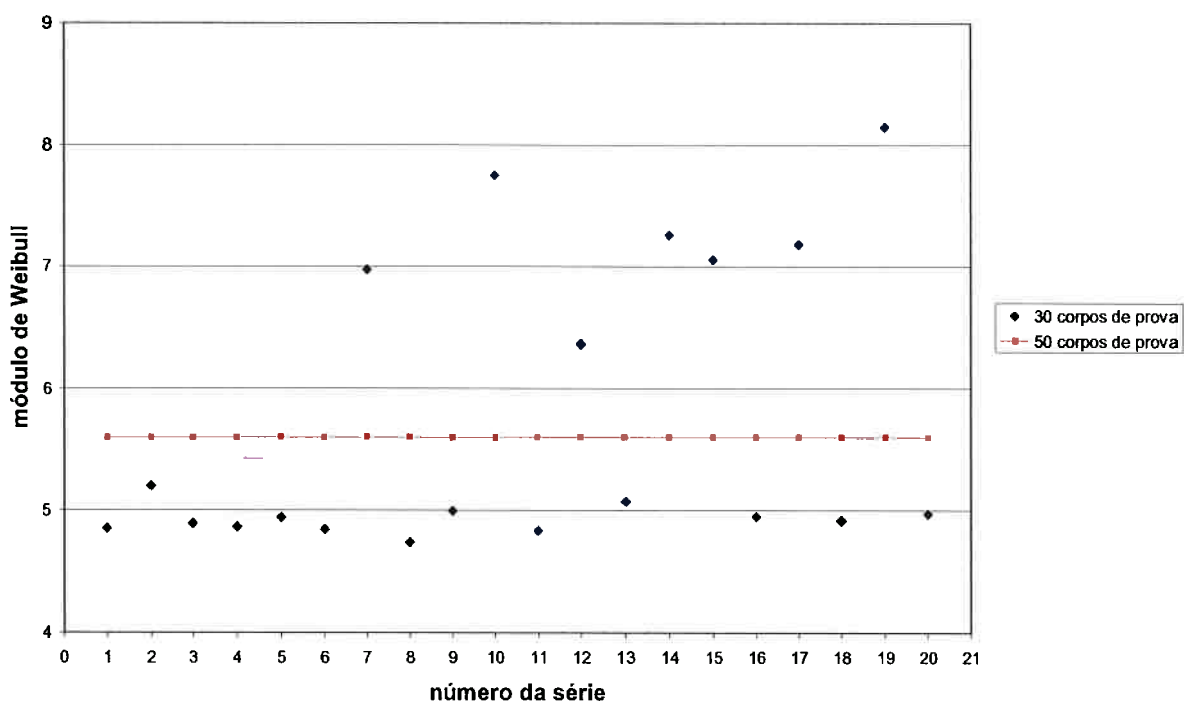


Figura 28 – Módulos de Weibull obtidos para cada série. Os pontos azuis apresentam os módulos de Weibull para cada série de trinta corpos e os pontos em vermelho apresentam o módulo de Weibull obtido para cinquenta corpos de prova.

Utilizando a estatística de Weibull para cada uma das vinte séries de trinta corpos de prova obtivemos um módulo de Weibull médio ( $m = 5,7$ ) que teve flutuações de 4,7 e 8,1.

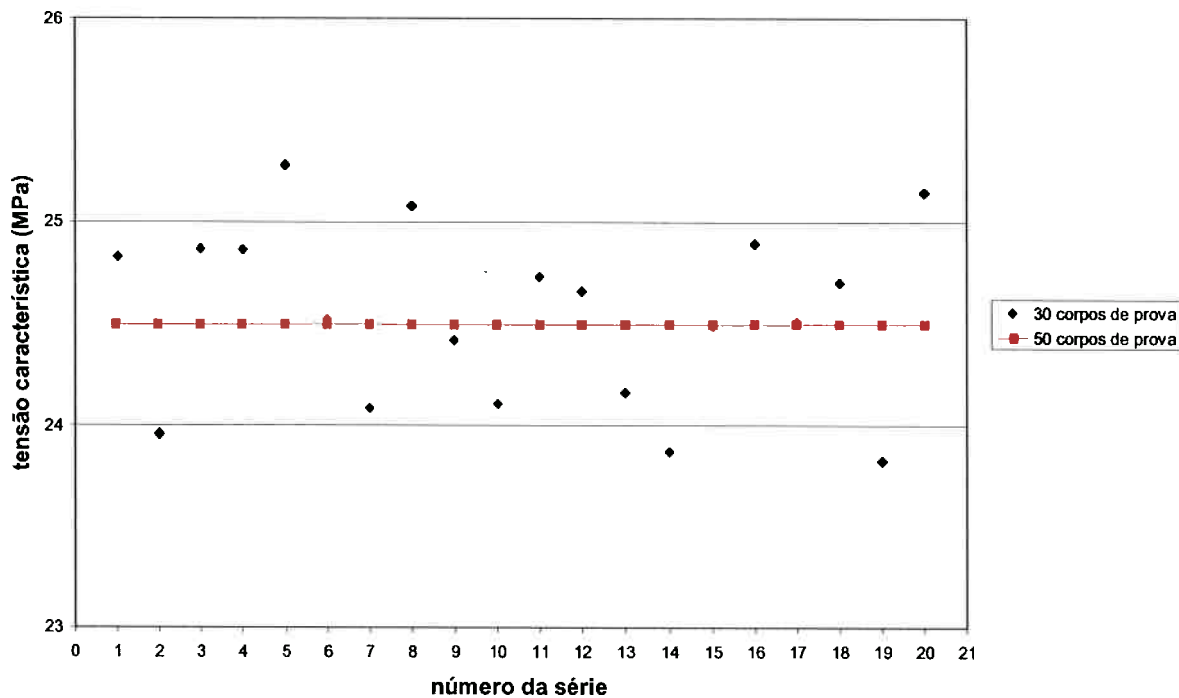


Figura 29 – Tensões características obtidas para cada série. Os pontos azuis representam as tensões características para cada série de trinta corpos de prova e os pontos vermelhos representam a tensão característica para cinquenta corpos de prova.

A partir dos dados das vinte séries obtivemos uma tensão característica média ( $\sigma_0 = 24,6$  MPa) apresentando valores entre 23,8 e 25,3 MPa.

## 4. Discussão dos resultados

A partir dos dados das vinte séries de três, cinco, sete, dez, quinze, vinte e trinta corpos de provas foram obtidos a tensão média de ruptura à flexão para as vinte séries. Assim foram obtidos vinte valores de tensão média de ruptura.

A Tabela 9 apresenta os valores da tensão média de ruptura à flexão obtida a partir das vinte séries e os valores máximo e mínimo das tensões médias de ruptura à flexão nas vinte séries. Assim é possível ter uma percepção da variação da média para cada uma das séries.

Para melhor interpretação os valores máximo e mínimo foram expressos em termos percentuais em relação ao valor da tensão média de ruptura à flexão para cinquenta corpos de prova.

Tabela 9 - apresenta valores mínimo, médio e máximo das tensões de ruptura à flexão para as séries com três, cinco, sete, dez, quinze, vinte e trinta corpos de prova.

quantidade de corpos de prova	tensão mínima de ruptura à flexão(MPa)	tensão média de ruptura à flexão(MPa)	tensão máxima de ruptura à flexão(MPa)	erro percentual máximo acima (%)	erro percentual máximo abaixo (%)
3	17,1	22,2	25,7	13,9	-24,3
5	18,3	22,5	27,4	21,2	-18,8
7	18,5	22,3	23,9	5,8	-18,0
10	18,7	22,2	23,9	5,7	-17,0
15	21,3	22,5	23,5	4,0	-5,6
20	21,6	22,4	23,4	3,5	-4,5
30	21,9	22,6	23,1	2,1	-2,9
50	22,6	22,6	22,6	0,0	0,0

Nota-se que utilizando uma população para amostras de até dez corpos de prova, os resultados podem variar bastante. Quanto maior a quantidade de corpos de prova, maior a confiabilidade dos resultados, ou seja, os valores máximo e mínimo de tensão de ruptura tendem a aproximar-se do valor médio real. Mas é possível perceber também que a partir de quinze corpos de prova não se têm erros percentuais maiores que 6 %.

Também foram obtidos os vinte módulos de Weibull de cada uma das séries e são mostrados na Tabela 10 os valores mínimo, médio e máximo para as séries com três, cinco, sete, dez, quinze, vinte e trinta corpos de prova.

Tabela 10 - apresenta valores mínimo, médio e máximo dos módulos de Weibull para as séries com três, cinco, sete, dez, quinze, vinte e trinta corpos de prova.

quantidade de corpos de prova	módulo de Weibull mínimo	módulo de Weibull médio	módulo de Weibull máximo	erro percentual máximo acima (%)	erro percentual máximo abaixo (%)
3	2,0	32,0	418,9	7382,7	-63,8
5	2,6	7,6	20,1	258,4	-53,9
7	2,7	7,5	12,7	126,3	-52,0
10	3,2	7,3	10,7	91,7	-43,5
15	3,1	5,8	10,0	77,9	-44,0
20	4,2	5,8	8,1	44,9	-24,6
30	4,7	5,7	8,1	45,5	-15,3
50	5,6	5,6	5,6	0,0	0,0

Os valores dos módulos de Weibull variam muito para distribuições com populações baixas. Nas séries com três corpos de prova um erro de 7382,74 % é obtido.

A partir de quinze corpos de prova não se obtém valores tão melhores de módulo de Weibull, o que permite utilizar uma quantidade menor de corpos de prova para se gerar um valor confiável.

A partir dos valores individuais de tensão característica média de cada uma das vinte séries foram determinadas as tensões características mínima, média e máxima para as séries com três, cinco, sete, dez, quinze, vinte e trinta corpos de prova.

Tabela 11 - apresenta valores mínimo, médio e máximo das tensões características para as séries com três, cinco, sete, dez, quinze, vinte e trinta corpos de prova.

quantidade de corpos de prova	tensão característica mínima (MPa)	tensão característica média (MPa)	tensão característica máxima (MPa)	erro percentual máximo acima (%)	erro percentual máximo abaixo (%)
3	19,0	23,3	27,9	13,9	-22,6
5	19,8	24,1	28,7	17,1	-19,1
7	20,9	23,8	25,8	5,4	-14,6
10	20,9	24,1	25,5	4,2	-14,8
15	23,0	24,4	25,6	4,7	-6,2
20	23,1	24,3	25,8	5,5	-5,6
30	23,8	24,6	25,3	3,2	-2,7
50	24,5	24,5	24,5	0,0	0,0

Foi possível notar que uma quantidade pequena de corpos de prova também resulta em variações muito grandes da tensão média, sendo que para três corpos de prova, um valor 22,60% abaixo da tensão característica para cinquenta corpos foi obtido.

A Tabela 11 permite visualizar que a partir de quinze corpos de prova já se gera um bom valor para a tensão característica e que a utilização de mais corpos de prova aumenta a confiabilidade dos resultados. O aumento de ensaios de flexão de quinze para vinte ou mais ensaios não resulta em suficiente melhoria dos resultados a fim de justificar a utilização de mais ensaios e matéria-prima.

A partir desses dados pode-se perceber que uma população muito pequena não gera resultados confiáveis para a estatística de Weibull. Por outro lado, populações com mais do que quinze corpos de prova, não resultam em um aumento significativo da confiabilidade, de maneira que talvez não se justifique a realização de um número maior de ensaios e conseqüente maior dispêndio de matéria-prima.

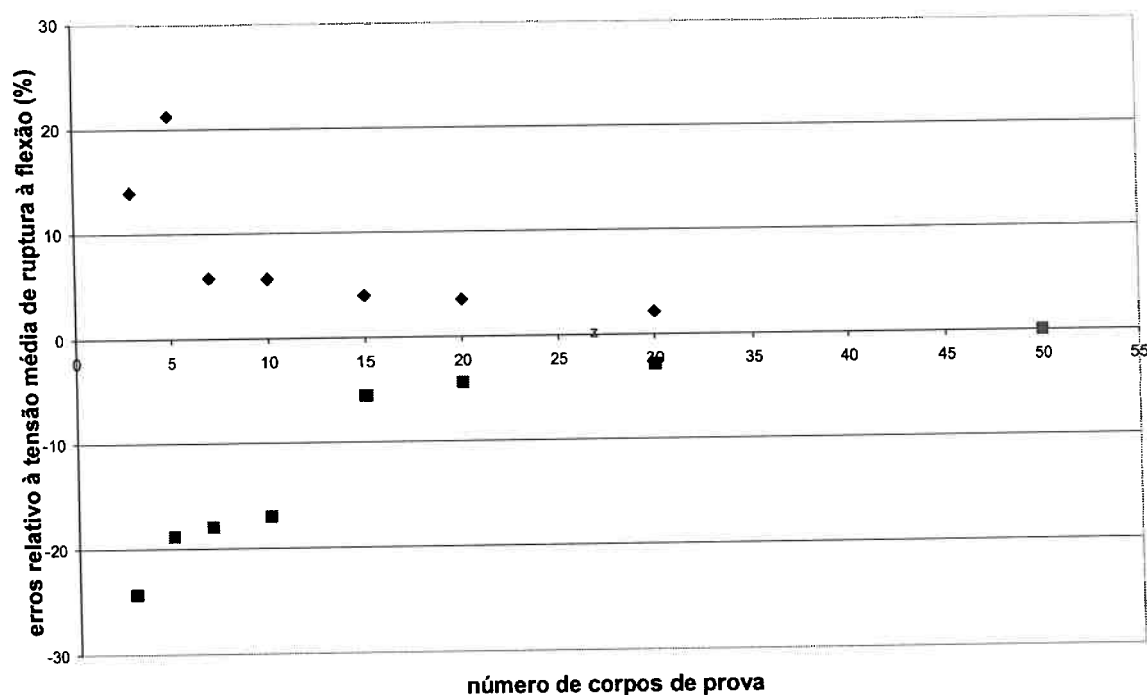


Figura 30 – Gráfico dos erros percentuais acima e abaixo da tensão média de ruptura em relação à quantidade de corpos de prova.

Para melhor visualização, os valores relacionados nas Tabelas 9, 10 e 11 foram colocados de maneira gráfica, sendo apresentados na figura 30 (erros percentuais relativos à tensão média de ruptura à flexão), figura 31 (erros percentuais relativos ao módulo de Weibull), figura 32 (erros percentuais relativos à tensão característica).

A partir do gráfico da figura 30 percebe-se que uma quantidade maior de corpos de prova, faz aproximar os valores máximo e mínimo das tensões de ruptura à flexão do valor médio.

Com populações abaixo de dez corpos de prova, percebe-se que os valores máximo e mínimo das tensões médias de ruptura começam a se afastar bastante, tornando os resultados pouco confiáveis.

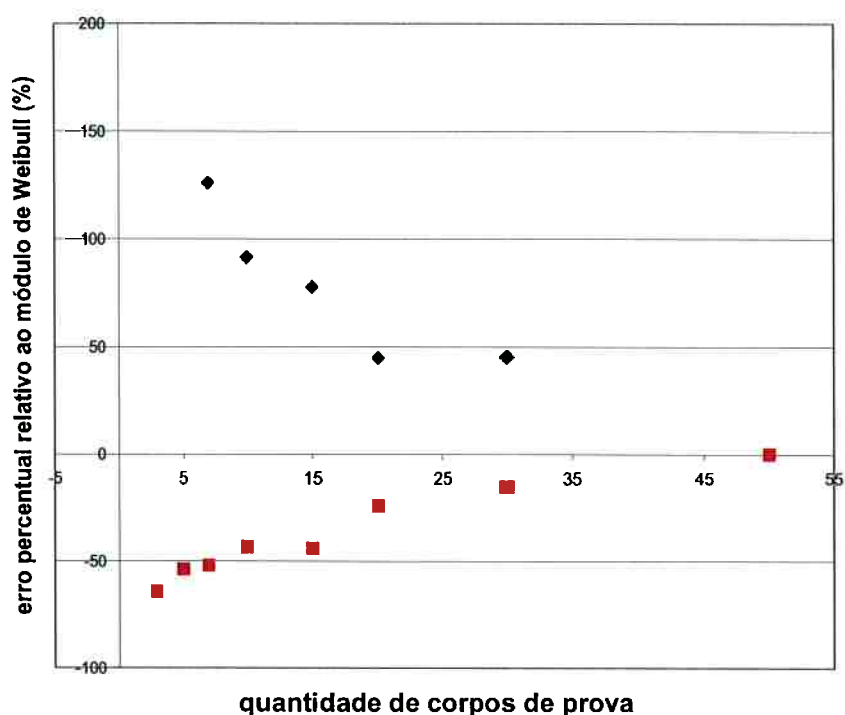


Figura 31 – Gráfico dos erros percentuais relativos ao módulo de Weibull médio com suas respectivas quantidades de corpos de prova.

Quanto maior a quantidade de corpos de prova, menor a dispersão dos resultados, ou seja, os valores máximo e mínimo tendem a se aproximar. Percebe-se que uma quantidade pequena de corpos de prova tende a comprometer a distribuição de Weibull causando um grande erro percentual em relação ao módulo de Weibull médio.

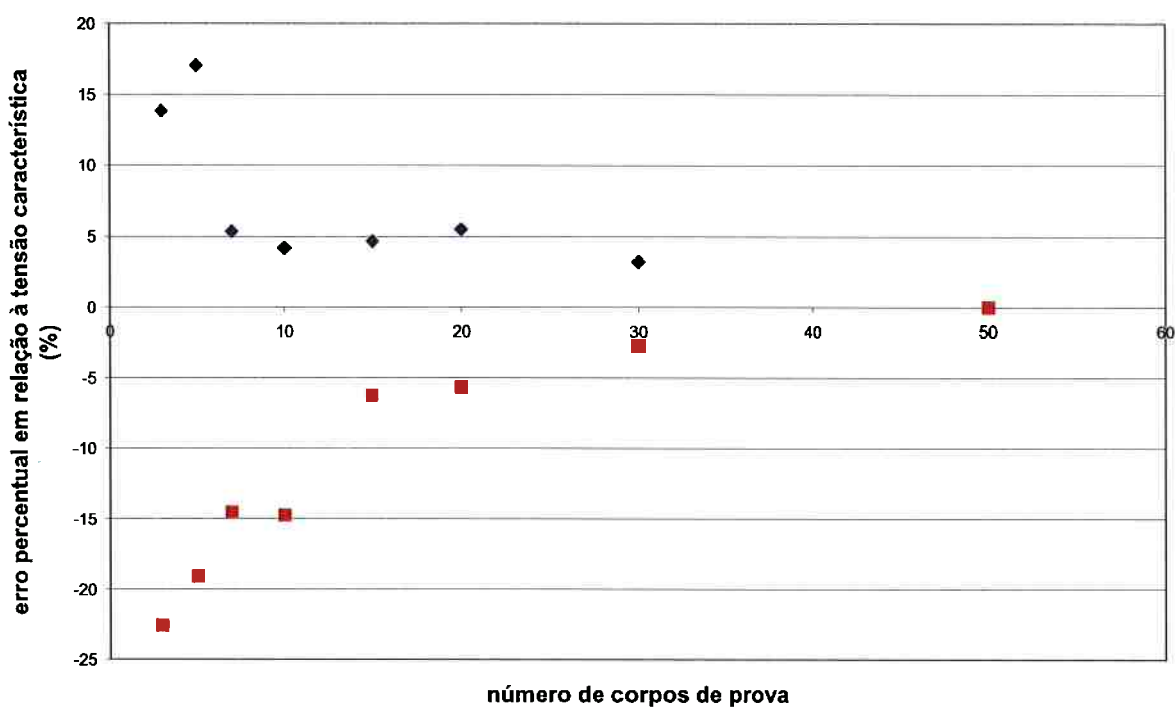


Figura 32 – Erros percentuais relativos à tensão característica com suas respectivas quantidades de corpos de prova.

É possível notar que com uma quantidade pequena de corpos de prova, a distribuição de Weibull não é uma boa alternativa. E por causa disso os erros relativos à tensão característica são elevados. E também é possível perceber que quanto maior a quantidade de corpos de prova, menor a dispersão dos resultados de tensão característica.

## 5. Conclusão

Ao utilizar a análise da tensão média de ruptura à flexão, percebe-se que para três, cinco, sete e dez ensaios de flexão, os erros são apreciáveis. Tendo um erro máximo de 24,3% para o caso de três corpos de prova. A partir de quinze corpos de prova, o erro percentual cai bastante, chegando a um valor máximo de 5,6%. Uma utilização de vinte ou mais ensaios, não fornece tão grande melhoria.

Os erros percentuais para o módulo de Weibull são muito grandes para as séries com três, cinco, sete e dez corpos de prova. O valor máximo foi de 7382,7% para a série com três corpos de prova. A distribuição de Weibull com vinte corpos de prova mostrou um erro percentual menor, chegando a um máximo de 44,9%. Mas utilizando quinze ensaios, obteve um valor médio próximo do módulo de Weibull para cinquenta corpos de prova, mas com um erro máximo de 77,9%.

A utilização de três, cinco, sete e dez ensaios de flexão resultou em erros percentuais consideráveis para o caso da tensão característica. Alcançando um erro percentual de 22,6% no caso de três corpos de prova. A partir de quinze ensaios os erros percentuais sofrem uma queda significativa, com um erro máximo de 6,2%.

Com base nesses resultados é possível mostrar que para uma avaliação mais precisa é necessário o emprego de pelo menos quinze ensaios de flexão, levando em conta, porém, que a média assim obtida ainda apresentará um erro percentual em relação ao valor do conjunto total de amostras. Assim, no caso de uma avaliação preliminar do comportamento mecânico de uma peça fabricada com uma ou mais argilas, pode-se utilizar um menor número de ensaios do que o recomendado tanto pela estatística clássica quanto pela estatística de Weibull (trinta corpos de prova).

Os resultados obtidos permitiram evidenciar, para um conjunto de resultados reais originados na caracterização de uma argila para indústria cerâmica, que à medida que se aumenta o número de resultados numa amostra a confiabilidade aumenta, tenha sido a análise feita pela estatística clássica ou pela estatística de Weibull.

## 6. Referências

1. Souza Santos, P. "Tecnologia de argilas aplicada às argilas brasileiras" 4ª ed., volume 1, Edgar Blücher, São Paulo, 1975. p. 1 – 3, p. 10 – 15.
2. Quinn, George D. "Strength and Proof testing" IN: Schneider, Jr., S.J. (Ed) Engineered Materials Handbook, vol 4, Ceramics and Glasses – ASM International, 1991
3. Goes, Luiz A. "Estatística: uma abordagem decisiorial" 1ª ed., volume 1, Saraiva, São Paulo, 1980 p.32 p. 78 – 79.
4. Weibull, W. "A statistical distribution function of wide applicability" J. Appl. Mech. Vol. 18, p. 293 – 297 (1951)
5. Gill, A. N. "A class of subset selection procedures for Weibull populations" IEEE, vol. 43, p. 65 – 70 (1994)
6. Klein, Claude A. "Flexural strength of sapphire: Weibull statistical analysis of stressed area, surface coating, and polishing procedure effects", Journal of Applied Physics, Vol. 96, No. 6, p. 3172 – 3179 (2004)
7. Papargyris, A. D. "Estimator type and population size for estimating Weibull moduli in brittle ceramics", Journal of the European Ceramic Society, vol. 18, p. 451 – 455 (1998)
8. American Society For Testing and Materials (ASTM) "Standard Test Method for Flexural Strength of Advanced Ceramics at Ambient Temperature" Norma C1161 – 02c, 2002.